Guía de preguntas y ejercicios prácticos de MICROECONOMÍA

Mario J. Capdevielle y Mario L. Robles Báez

Colección Docencia y Metodología

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo
UNIDAD XOCHIMILCO División de Ciencias Sociales y Humanidades

los autores...

MARIO J. CAPDEVIELLE
Realizó estudios de licenciatura en economía en la Universidad de Buenos Aires y de maestría en el Centro de Investigación y Docencia Económica A.C. Se desempeña como profesor e investigador titular C en la Universidad Autónoma Metropolitana. Sus actividades de docencia e investigación se relacionan con los temas de microeconomía, economía industrial y economía del cambio tecnológico. Ha realizado más de 40 publicaciones y colaborado en diversos proyectos de investigación, en organismos nacionales e internacionales, sobre los temas de desarrollo productivo e industrial, economía internacional, economía del cambio técnico, política industrial y tecnológica, entre otros.

MARIO L. ROBLES BÁEZ
Es doctor en ciencias económicas (UAM, 2009), cursó estudios de doctorado en economía en The New School For Social Research, Nueva York, Estados Unidos; profesor de economía política y economía en el Departamento de Producción Económica de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Xochimilco.

Es autor y compilador de *Dialéctica y Capital. Elementos para una reconstrucción de la crítica de la economía política* (UAM-X, 2005).

GUÍA DE PREGUNTAS Y EJERCICIOS PRÁCTICOS DE MICROECONOMÍA

Guía de preguntas y ejercicios prácticos de microeconomía

Mario Capdevielle
Mario Luciano Robles Báez

Asistencia editorial Varinia Cortés Rodríguez
Diseño de portada Irais Hernández Guerreca

Primera edición, noviembre de 2001
Segunda edición corregida y aumentada, 7 de octubre de 2011

Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Xochimilco
Calzada del Hueso 1100
Colonia Villa Quietud, Coyoacán
04960, México, D F

ISBN 978-607-477-525-9

Índice

Introducción

El presente texto se elaboró con el propósito de servir de guía a cursos y talleres de microeconomía intermedia. Complementa el aprendizaje de los contenidos teóricos de programas del nivel de licenciatura, en particular el módulo v de la carrera de economía: el mercado y la asignación de los recursos escasos, a cargo del Departamento de Producción Económica de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Xochimilco.

La presente guía está compuesta de dos partes. La parte I es una guía teórica que por medio de preguntas dirige el estudio de la microeconomía. Las preguntas son similares a las que se podrían presentar en los exámenes escritos teóricos.

La parte II es una guía de ejercicios prácticos con preguntas teóricas que tiene por objeto desarrollar tanto las técnicas de resolución como el análisis de los resultados. Los ejercicios, elaborados a partir de funciones continuas, son simples, pero permiten la aplicación del instrumental matemático a la teoría microeconómica. Esta parte se compone de ocho capítulos. En los primeros siete se desarrollan ejercicios que corresponden a la teoría del equilibrio (capítulo nuevo en esta edición), la teoría de la demanda, la teoría de la producción, la teoría de costos, la teoría de la competencia perfecta, la teoría del monopolio y la teoría del oligopolio. A su vez, cada uno de estos capítulos se divide en tres secciones: la primera corresponde a ejercicios resueltos; la segunda a ejercicios cuya resolución se puede verificar en el capítulo 9, al final de la presente guía; y la tercera a ejercicios no resueltos.

Parte I
Preguntas teóricas

Capítulo 1
Guía de preguntas teóricas

1 Tras la muerte de David Ricardo se suscitó una polémica en torno a la teoría de dicho autor. ¿Cuáles fueron los temas centrales por los que se criticó a la teoría ricardiana, las causas de tales críticas y las características que asumió la defensa de Ricardo por parte de J S Mill?

2 ¿Cómo es concebida la determinación de salarios y beneficios por los precursores del pensamiento neoclásico (Jevons, Walras y la escuela austríaca C. Menger, Bohm-Bawerk)? ¿Cuál es la principal diferencia con la concepción clásica de los mismos autores?

3 Exponga los conceptos de economía positiva y economía normativa según Milton Friedman. Analice las relaciones entre ambas y dé un ejemplo hipotético en el que se manifiesten estas relaciones. Exprese y fundamente su opinión al respecto.

4 Según Milton Friedman, ¿cuál es el papel de los supuestos de una teoría? ¿Puede verificarse una hipótesis por medio del realismo de sus supuestos, y por qué? ¿Cuál es, según Friedman, el criterio de verdad de una ciencia? Exprese y fundamente su opinión al respecto

5 ¿Cuáles son las características o relaciones estructurales fundamentales de una estructura de mercado? ¿Qué instrumentos o medidas permiten cuantificar estas características?

6. Exponga y analice los criterios señalados por A Koutsoyiannis para la clasificación de mercados. ¿Cómo pueden ser cuantificadas las características definidas por tales criterios?

7. Exponga el concepto de *industria* y señale su importancia para el análisis económico. ¿Cuáles son los principales criterios para la clasificación de las empresas en industrias, y qué problemáticas se plantean?

8 Analice la teoría cardinal de la utilidad Exponga sus supuestos y las condiciones de equilibrio del consumidor Desarrolle la deducción de la demanda del consumidor.

9 Analice la teoría de las curvas de indiferencia *a)* exponga sus supuestos; *b)* defina

10 Desarrolle gráfica y conceptualmente la deducción de la curva de demanda de un bien para un consumidor mediante el método de las curvas de indiferencia Defina y grafique el efecto total, el efecto sustitución y el efecto ingreso de un cambio de precio sobre la cantidad demandada de un bien

11. Analice la teoría basada en la hipótesis de la *preferencia revelada.* En su análisis exponga sus supuestos y la deducción de la curva de demanda sobre la base del axioma de la preferencia revelada. Demuestre la existencia y convexidad de las curvas de indiferencia.

12 Analice el concepto de *excedente de los consumidores* Grafique y mida el excedente marshalliano a partir de la curva de demanda de un bien para un consumidor utilizando el análisis de las curvas de indiferencia. Señale las diferencias existentes entre este método y una medición alternativa ordinal del excedente del consumidor.

13. Analice gráfica y conceptualmente los determinantes de la *demanda de mercado*, la forma y causas que la afectan.

14. Analice la *elasticidad-precio* de la demanda, defínala, señale sus determinantes básicos y exponga la forma de calcularla para variaciones infinitamente pequeñas y para variaciones mayores.

15 Defina, grafique y exprese matemáticamente los conceptos de *ingreso total* e *ingreso marginal* ¿Qué relación existe entre la elasticidad-ingreso de la demanda, el ingreso total y el ingreso marginal?

16. Analice la *elasticidad-ingreso* de la demanda y la *elasticidad cruzada* de la demanda; defínalas y señale sus determinantes básicos, exponga la forma de calcularlas para variaciones infinitamente pequeñas y para variaciones mayores

17 Desarrolle el proceso de elección óptima de los factores de producción, *maximizando* la producción sujeta a una restricción de costos. *a)* defina los conceptos de *función de producción*, *método de producción*, *isocuanta* e *isocosto*; *b)* exponga los supuestos iniciales; *c)* describa y grafique el proceso de *maximización*, y determine las condiciones de equilibrio.

18 Analice y grafique la relación entre la función de producción y los diversos tipos de progreso tecnológico (intensivo en capital, trabajo y neutro).

19 Para el caso de una función de producción $X = 10\ L^2\ K^3$, defina conceptualmente, calcule e interprete sus resultados donde sea posible de obtener *a)* producto marginal de *L*, *b)* producto marginal de *K*, *c)* tasa marginal de sustitución técnica *LK*, *d)* la elasticidad de sustitución, *e)* la intensidad de los factores; *f)* la eficiencia en la producción; *g)* los rendimientos a escala

20 Desarrolle el proceso de elección óptima de los factores de producción, *minimizando* los costos, sujeto a una restricción de producción *a)* defina los conceptos de

21 Defina los conceptos de *corto* y *largo plazo* para la teoría microeconómica. Analice gráfica y conceptualmente los rendimientos a escala para una función de producción homogénea, así como la ley de las proporciones variables o de la productividad marginal decreciente de un factor.

22 Analice la teoría tradicional de los costos en el corto plazo Defina y grafique las *curvas de costos* totales, medios y marginales, explique el porqué de sus formas. Analice las principales relaciones entre funciones de costos

23. Analice la teoría moderna de los costos en el largo plazo. ¿Cuáles son las principales críticas de los teóricos modernos a la teoría tradicional de los costos en el largo plazo? Desarrolle gráfica y conceptualmente el método de obtención de la curva de costo medio en el largo plazo para la teoría moderna, explique el porqué de su forma.

24 Desarrolle el proceso de deducción de las funciones de costo a partir de las funciones de producción: *a)* deduzca y defina el *sendero óptimo de expansión* en el corto y largo plazos, *b)* exponga los supuestos necesarios para deducir las funciones de costo en el corto y largo plazos; *c)* deduzca gráfica y conceptualmente la función de costos (si lo desea, también puede incluir el desarrollo matemático)

25 Analice la teoría tradicional de los costos en el largo plazo: *a)* desarrolle el método de obtención de las curvas de costo medio total y la de costo marginal en el largo plazo; *b)* analice sus principales relaciones; *c)* explique el porqué de sus formas

26 Analice la teoría moderna de los costos en el corto plazo *a)* defina y grafique las curvas de costos medios totales y costos marginales; *b)* explique el porqué de sus formas, *c)* analice las principales relaciones entre las funciones de costos.

27 Para el caso de los costos técnicos que se derivan de las funciones técnicas de producción, ¿qué son y cómo se obtienen las *isocuantas* de producción? ¿Cuáles son los supuestos necesarios para su construcción? Exponga un ejemplo de obtención de un segmento de la isocuanta para el caso de dos métodos de producción, grafíquelo y analícelo.

28. Analice los costos técnicos de corto plazo. ¿Cuáles son los supuestos necesarios para su determinación? Grafique y analice los costos totales, medios y marginales. ¿Qué relaciones se establecen entre tales costos? ¿Qué determina las formas de las curvas mencionadas?

29 Defina el concepto de *economías a escala* y los distintos tipos de clasificaciones de éstas. Dé dos ejemplos concretos para cada uno de estos tipos de economías. ¿Cuáles son los factores de desplazamiento sobre la curva de costos medios en el largo plazo, en sus distintos segmentos, y cuáles son los factores de desplazamiento de la propia curva de costos medios?

30 Analice los costos técnicos de largo plazo. ¿Cuáles son los supuestos necesarios para

31 Los estudios estadísticos de costos se basan en el análisis de regresión a series de tiempo o de datos transversales ¿En qué consisten estos métodos y cómo se aplican al análisis de costos en el corto y largo plazos? ¿A qué conclusiones llegan sobre las formas de las curvas de costos y por qué causas? ¿Qué dificultades presentan dichos estudios y cuáles son las críticas que se les han realizado?

32. Analice el equilibrio de la empresa en el corto plazo en condiciones de competencia perfecta; exponga sus supuestos y las condiciones de equilibrio. Grafique y analice el equilibrio alcanzado utilizando las curvas de costo total y de costos medios. ¿Es posible que una empresa opere con pérdidas en el corto plazo? Fundamente su respuesta.

33 Analice las condiciones de equilibrio en competencia perfecta a largo plazo ante desplazamientos de la demanda de mercado en industrias de costos constantes, crecientes y decrecientes Deduzca la curva de oferta en el largo plazo y analice los cambios en el tamaño de la planta óptima.

34. Analice el equilibrio de la industria en el corto plazo en condiciones de competencia perfecta. Deduzca las curvas de oferta de la empresa y la industria Grafique y analice el equilibrio de la industria en que unas empresas tienen pérdidas y otras beneficios extraordinarios.

35 Analice y grafique los equilibrios de la empresa y la industria a largo plazo en condiciones de competencia perfecta; exponga sus supuestos y las condiciones de equilibrio. Desarrolle el proceso que permite alcanzar el equilibrio y analice las características de este último.

36. Analice los efectos de la aplicación de un impuesto al capital y al valor agregado en un mercado de competencia perfecta en el corto y largo plazos. ¿Qué efectos tienen sobre los precios y las cantidades producidas? ¿Qué parte del impuesto es transferida al consumidor, y por qué?

37. Analice y grafique el equilibrio del monopolio en el corto plazo; exponga sus supuestos, las condiciones de equilibrio y las características de la demanda y del ingreso marginal ¿Existe una curva de oferta del monopolista? Fundamente su respuesta

38. Analice y grafique la conducta optimizadora de los agentes (monopolio-monopsonio) en un monopolio bilateral. ¿Cuál sería la situación óptima para cada agente, y por qué? ¿En qué intervalo se fijarían precios y cantidades? ¿Está determinada una situación de equilibrio? Fundamente su respuesta

39 Analice y grafique el equilibrio del monopolio en el largo plazo; exponga sus supuestos, las condiciones de equilibrio y las características de la demanda y del ingreso marginal ¿Cuál es la diferencia en relación con el equilibrio en el corto plazo? ¿Existe una curva de oferta del monopolista en el largo plazo? Fundamente

nes de equilibrio. Compare el equilibrio alcanzado con discriminación con el que se obtendría sin discriminar ¿Qué relación existe entre discriminación de precios y elasticidad-precio de la demanda?

41. Analice y grafique los efectos que tiene sobre el equilibrio del monopolista un desplazamiento en la demanda de mercado. ¿Qué efectos tendrá sobre los precios y las cantidades producidas?
42. En el caso de un monopolio regulado por el Estado, cuáles son los precios y cantidades producidas si éste opera sólo con una empresa, y si la demanda del mercado corta la curva de costos medios de largo plazo en los siguientes segmentos: *a)* el segmento que presenta deseconomías a escala; *b)* el segmento que presenta economías a escala. ¿Es posible que, si el costo medio de largo plazo no corta en ningún punto la curva de demanda, exista esta industria en el largo plazo con discriminación de precios?
43. Analice y grafique el equilibrio de un monopolista que opera con múltiples plantas en el corto y largo plazos; exponga sus supuestos y las condiciones de equilibrio.
44. Analice y grafique los efectos que tiene sobre el equilibrio del monopolista la aplicación de un impuesto al capital y otro al valor agregado. ¿Qué capacidad tiene el monopolista de transferir esos impuestos al consumidor? ¿Cuáles son los factores que determinan tal capacidad?
45. Analice en forma comparada el equilibrio de la empresa en el largo plazo para los modelos de competencia perfecta y competencia monopolística, compare sus supuestos y condiciones de equilibrio Exponga y grafique el proceso de obtención del equilibrio en cada caso. Compare los resultados obtenidos y analice el debate generado en torno a los mismos
46. Analice y grafique el proceso de obtención del equilibrio en el modelo de duopolio de Cournot para los siguientes casos. *a)* para el caso en que no hay costos, *b)* por medio de las curvas de isobeneficio para el caso de costos y demandas desiguales, exponiendo sus supuestos y condiciones de equilibrio Compare sus resultados con los del monopolio y de la competencia perfecta.
47. Analice y grafique el modelo de *demanda quebrada* de P Sweezy; exponga sus supuestos y condiciones de equilibrio ¿Qué resultado presenta ante cambios en los costos y la demanda? Exponga las críticas a dicho modelo
48. Analice la conducta de un oligopolio con colusión en el que un Cartel procura la *maximización* conjunta de los beneficios (de todas las firmas que participan de la industria), exponga sus supuestos Desarrolle y grafique el proceso de obtención del equilibrio. ¿Qué problemas presenta este tipo de colusión?
49. Exponga y grafique el modelo de liderazgo de precios en el que una empresa domi-

50 Exponga y grafique el modelo de liderazgo de precios en el que, dado un reducido número de firmas en la industria, la empresa de más bajos costos actúa como líder tanto en el caso de participación equitativa como desigual en el mercado, señalando sus supuestos y condiciones de equilibrio

51. Analice la determinación de precios en un oligopolio coludido sobre la base del sistema del punto geográfico básico, tanto para el caso de punto básico único como el de puntos básicos múltiples.

52. Analice la crítica a la teoría neoclásica de la firma. Exponga los supuestos básicos de la teoría neoclásica y las críticas a cada uno de ellos.

53 Analice la defensa del marginalismo ante las críticas de los teóricos modernos. Exponga los principales argumentos de defensa de la teoría ortodoxa

54. Analice el modelo *típico* de fijación de precios por el costo medio desarrollado por A Koutsoyiannis Exponga los supuestos, los objetivos de la empresa, las características de la demanda y los costos. Exponga la determinación del precio por la regla del *margen de utilidad*

55. Analice las predicciones de la teoría de fijación de precios por el costo medio al cambiar las condiciones del mercado (cambio de costos, demanda y fijación de un impuesto)

56 Exponga la diferencia fundamental entre un modelo de equilibrio parcial y uno de equilibrio general. Analice la interdependencia y los flujos circulares de una economía con dos sectores.

57 Para el caso de un sistema walrasiano en el que hay sólo dos consumidores, dos mercancías y dos factores (2x2x2), ¿cuáles son las ecuaciones e incógnitas que definen el sistema? ¿En qué condiciones existe el equilibrio, éste es único y estable? (Dé un ejemplo de equilibrio parcial en un modelo hipotético de oferta y demanda).

58. Desarrolle gráficamente el modelo de equilibrio general con dos factores, dos mercancías y dos consumidores (2x2x2); presente el equilibrio de la producción, la deducción de la curva de posibilidades de producción, el equilibrio del consumo y el equilibrio simultáneo de la producción y el consumo Exponga además los supuestos y las condiciones de equilibrio.

Parte II
Guía de ejercicios prácticos

Capítulo 2
Teoría del equilibrio (E)

Sección I. Ejercicios resueltos

Ejercicio E.1

Dadas las siguientes funciones de demanda y oferta de un modelo de mercado de un bien X:

$$Q^D{}_x = X = 20 - P_x$$
$$Q^O{}_x = X = -30 + 4\,P_x$$

1.1. Obtenga el precio, P_x, y la cantidad, X, de equilibrio.
1.2. Calcule la elasticidad-precio de la demanda puntual para el precio y la cantidad de equilibrio.
1.3. Grafique los resultados.

Solución E.1

1.1. El precio se obtiene igualando las funciones de oferta y demanda del mercado, $Q^O{}_x = Q^D{}_x$

$$-30 + 4\,P_x = 20 - P_x$$
$$5\,P_x = 50$$
$$P_x = 10$$

La cantidad de equilibrio se obtiene reemplazando el precio en la función de la oferta o la demanda:

1.2. La elasticidad-precio de la demanda puntual, *ep*, se define como el cambio proporcional de la cantidad demandada resultante de un cambio proporcional muy pequeño en el precio. Su fórmula es la siguiente.

$$ep = \frac{\delta Q/Q}{\delta P/P} = \frac{\delta Q}{\delta P} * \frac{P}{Q}$$

Ya que la curva de la demanda del mercado, $Q^D{}_x = X = 20 - P_x$, es lineal, es decir, tiene la forma $Q_x = b_0 - b_1 P_x$, la fórmula de la elasticidad-precio de la demanda puntual se presenta como $ep = -b_1 P/Q$

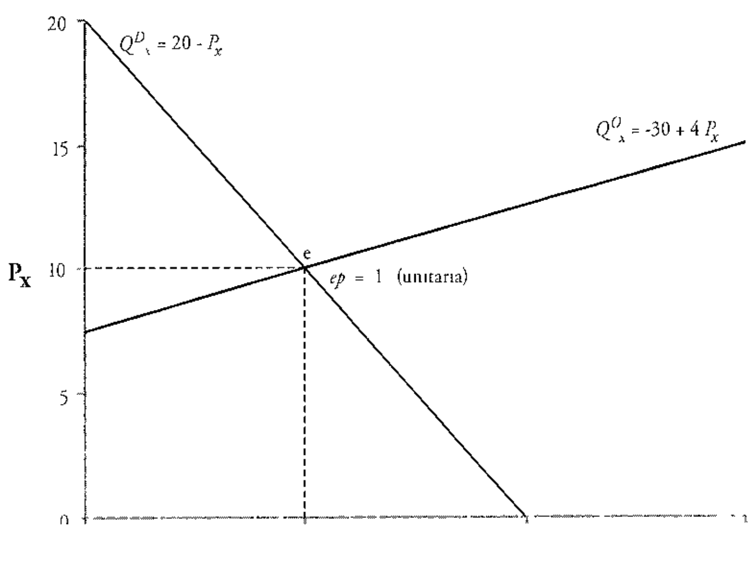
La elasticidad de la demanda para este precio es la siguiente.

$ep = 1\ (10/10) = 1$ Unitaria

1.3. Para graficar los resultados utilizamos las ecuaciones de la demanda y la oferta, y sus inversas:

$X = 20 - P_x$ $\qquad X = -30 + 4\ P_x$
$P_x = 20 - X$ $\qquad P_x = (30/4) + (1/4)\ X = 7.5 + 0.25\ X$

Gráfica 2.1
Equilibrio de la oferta y la demanda de mercado



Ejercicio E.2

Dadas las siguientes funciones de demanda y oferta de un modelo de mercado de dos bienes, X_1 y X_2:

$$Q^D_{x1} = X_1 = 50 - 2\,P_{x1} + 1/2\,P_{x2} \qquad Q^D_{x2} = X_2 = 100 + 2\,P_{x1} - 3\,P_{x2}$$
$$Q^O_{x1} = X_1 = -10 + 3\,P_{x1} \qquad Q^O_{x2} = X_2 = -5 + 1/2\,P_{x2}$$

2.1 Obtenga los precios, P_{x1} y P_{x2}, y las cantidades, X_1 y X_2, de equilibrio

2.2. Grafique los resultados en ambos mercados.

2.3 Demuestre la existencia, unicidad y estabilidad del equilibrio general en los mercados considerados.

Solución E.2

2.1 Los precios de equilibrio se obtienen de igualar las ecuaciones de oferta y demanda de cada mercado y resolviéndolas vía ecuaciones simultáneas:

$$50 - 2\,P_{x1} + 0.5\,P_{x2} = -10 + 3\,P_{x1} \qquad 100 + 2\,P_{x1} - 3\,P_2 = -5 + 0.5\,P_{x2}$$
$$60 - 5\,P_{x1} + 0.5\,P_{x2} = 0 \qquad 105 + 2\,P_{x1} - 3.5\,P_{x2} = 0$$

$$(1)\ 60 - 5\,P_{x1} + 0.5\,P_{x2} = 0$$
$$(2)\ 105 + 2\,P_{x1} - 3.5\,P_{x2} = 0$$

Se multiplica (1) por 7

$$\begin{array}{lrcl}
(1') & 420 - 35\,P_{x1} + 3.5\,P_{x2} & = & 0 \\
(2) & 105 + 2\,P_{x1} - 3.5\,P_{x2} & = & 0 \\
\hline
 & 525 - 33\,P_{x1} & = & 0
\end{array}$$

$$P_{x1} = 525/33 = 15.909$$

Se sustituye $P_{x1} = 15.909$ en (1') o (2), y se obtiene P_{x2}:

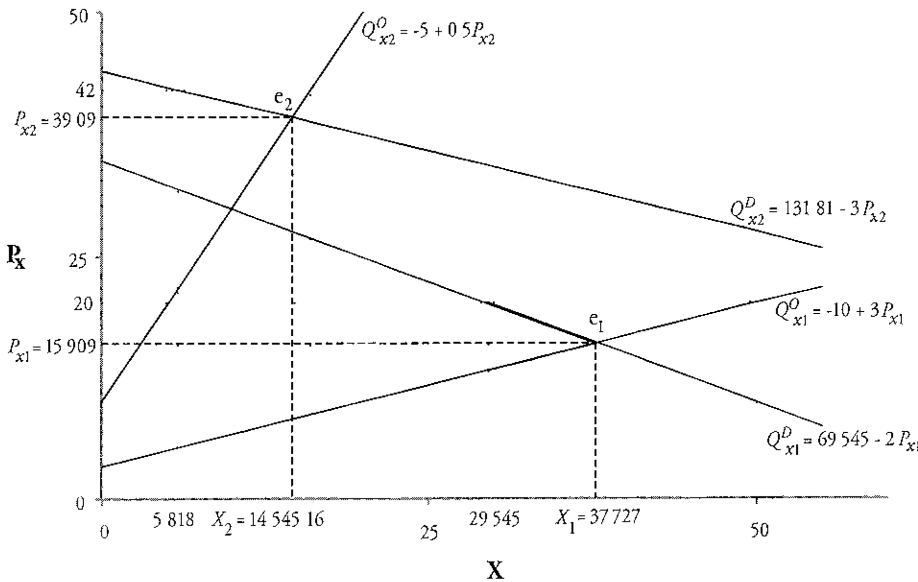
$$P_{x2} = 39.09$$

Las cantidades de equilibrio se obtienen sustituyendo los precios en las funciones de oferta o demanda de cada mercado:

2 2 Para graficar se consideran las ecuaciones de oferta y demanda de un bien, manteniendo constante el precio del otro bien.

$Q^D{}_{x1} = X_1 = 50 - 2P_{x1} + 19\ 545$	$Q^D{}_{x2} = X_2 = 100 + 31.818 - 3P_{x2}$
$Q^D{}_{x1} = X_1 = 69\ 545 - 2\ P_{x1}$	$Q^D{}_{x2} = X_2 = 131\ 818 - 3P_{x2}$
$P_{x1} = 34.772 - (1/2)\ X_1$	$P_{x2} = 43.94 - (1/3)X_2$
$Q^O{}_{x1} = X_1 = -10 + 3P_{x1}$	$Q^O{}_{x2} = X_2 = -5 + (1/2)P_{x2}$
$P_{x1} = (10/3) + (1/3)X_1$	$P_{x2} = 10 + 2X_2$

Gráfica 2.2
Equilibrio en los dos mercados



2 3 El equilibrio existe porque, dados los precios, $P_{x1} = 15.909$ y $P_{x2} = 39\ 09$, la oferta es igual a la demanda en cada uno de los mercados. El equilibrio es único en ambos mercados ya que, dados los precios de equilibrio, la oferta y la demanda sólo se igualan en un punto

Para saber si los equilibrios son estables al aumentar (bajar) los precios, la oferta (la demanda) debe ser mayor que la demanda (la oferta)

Si $P_{x2} = 42$

$Q^D{}_{x2} = X_2 = 131.818 - 3\ (42) = 5.818 \qquad Q^O{}_{x2} = X_2 = -5 + 0.5\ (42) = 16$

Los equilibrios son estables dado que, al aumentar los precios, la oferta es mayor que la demanda en ambos mercados

Ejercicio E.3

Situación I

Dadas las siguientes funciones de demanda y oferta de un modelo de mercado de dos bienes, X_1 y X_2

$$Q^{DI}{}_{x1} = X_1 = 30 - 5\,P_{x1} + 3\,P_{x2} \qquad Q^{DI}{}_{x2} = X_2 = 12 + 3\,P_{x1} - 2\,P_{x2}$$
$$Q^{OI}{}_{x1} = X_1 = -4 + 5\,P_{x1} \qquad Q^{OI}{}_{x2} = X_2 = -3 + P_{x2}$$

3.1. Obtenga los precios, P_{x1} y P_{x2}, y las cantidades, X_1 y X_2, de equilibrio.
3.2. Grafique los resultados en ambos mercados
3 3. Calcule el ingreso total de los consumidores si gastan íntegramente el mismo en ambos bienes.

Situación II

Si las curvas de demanda se modifican sin alterar las ofertas, tal que

$$Q^{DII}{}_{x1} = 126 - 10\,P_{x1} + 2\,P_{x2} \qquad Q^{DII}{}_{x2} = 67 + 5\,P_{x1} - 11\,P_{x2}$$

3.4 Obtenga los precios, P_{x1} y P_{x2}, y las cantidades, X_1 y X_2, de equilibrio.
3.5 Grafique los resultados en ambos mercados.
3.6 Calcule el ingreso total real de los consumidores correspondiente al equilibrio de la Situación II (con los precios del equilibrio de la Situación I), suponiendo que lo gastan íntegramente en ambos bienes
3 7. Calcule la elasticidad punto precio de la demanda de los bienes X_1 y X_2 en los equilibrios de ambas situaciones. Analice los resultados
3.8. ¿Cuál es el excedente del consumidor de ambos bienes en los equilibrios de ambas situaciones?

3.10 ¿Cuál es la elasticidad cruzada puntual de la demanda para ambos bienes en los equilibrios de ambas situaciones? Analice el resultado

Solución E.3

Situación I

3.1 Los precios de equilibrio se obtienen de igualar las ecuaciones de oferta y demanda de cada mercado y resolviéndolas vía ecuaciones simultáneas:

$$30 - 5\,P_{x1} + 3\,P_{x2} = -4 + 5\,P_{x1} \qquad 12 + 3\,P_{x1} - 2\,P_{x2} = -3 + P_{x2}$$
$$34 - 10\,P_{x1} + 3\,P_{x2} = 0 \qquad 15 + 3\,P_{x1} - 3\,P_{x2} = 0$$

$$\begin{array}{ll} (1) & 34 - 10\,P_{x1} + 3\,P_{x2} = 0 \\ (2) & \underline{15 + \;\;3\,P_{x1} - 3\,P_{x2} = 0} \\ & 49 - \;\;7\,P_{x1} \qquad\quad\;\; = 0 \end{array}$$

$$P_{x1} = 49/7 = 7$$

Se sustituye $P_{x1} = 7$ en (1) o (2), y se obtiene P_{x2},

$$P_{x2} = 12$$

Las cantidades de equilibrio se obtienen sustituyendo los precios en las funciones de oferta o demanda de cada mercado

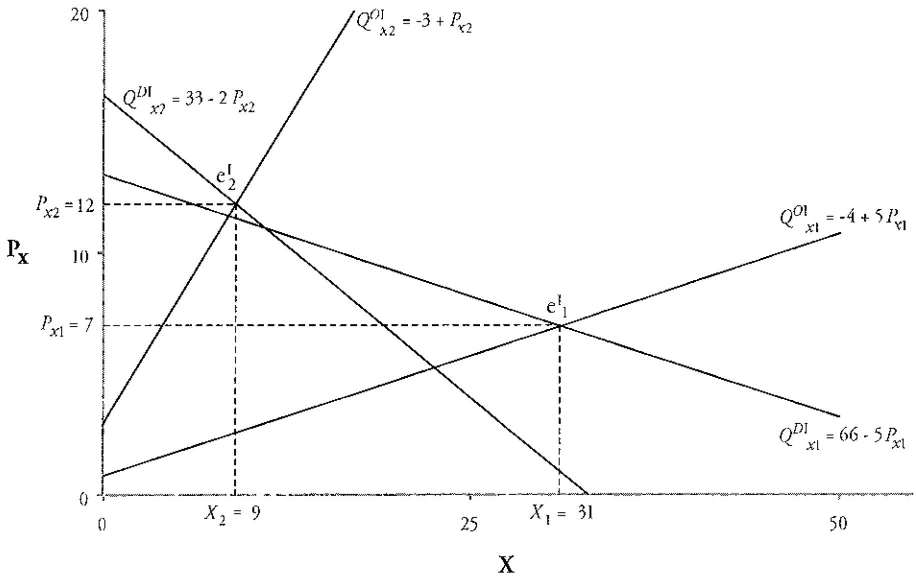
$$Q^{OI}{}_{x1} = X_1 = -4 + 5\,(7) = 31 \qquad Q^{OI}{}_{x2} = X_2 = -3 + 12 = 9$$

3.2 Para graficar se consideran las ecuaciones de oferta y demanda de un bien, manteniendo constante el precio del otro bien

$$Q^{DI}{}_{x1} = X_1 = 30 - 5\,P_{x1} + 36 \qquad Q^{DI}{}_{x2} = X_2 = 12 + 21 - 2\,P_{x2}$$
$$Q^{DI}{}_{x1} = X_1 = 66 - 5\,P_{x1} \qquad Q^{DI}{}_{x2} = X_2 = 33 - 2\,P_{x2}$$
$$P_{x1} = 13.2 - (1/5)\,X_1 \qquad P_{x2} = 16.5 - (1/2)\,X_2$$

$$Q^{OI}{}_{x1} = X_1 = -4 + 5\,P_{x1} \qquad Q^{OI}{}_{x2} = X_2 = -3 + P_{x2}$$
$$P_{x1} = (4/5) + (1/5)\,X_1 \qquad P_{x2} = 3 + X_2$$

Gráfica 2.3
Equilibrio I en los dos mercados



3.3. El ingreso total de los consumidores es $IT^{I} = (P_{x1} * X_1) + (P_{x2} * X_2)$.

$$IT^{I} = (7 * 31) + (12 * 9) = 217 + 108 = 325$$

Situación II

3.4 Los precios de equilibrio se obtienen de igualar las ecuaciones de oferta y demanda de cada mercado y resolviéndolas vía ecuaciones simultáneas.

$$126 - 10\,P_{x1} + 2\,P_{x2} = -4 + 5\,P_{x1} \qquad 67 + 5\,P_{x1} - 11\,P_{x2} = -3 + P_{x2}$$
$$130 - 15\,P_{x1} + 2\,P_{x2} = 0 \qquad 70 + 5\,P_{x1} - 12\,P_{x2} = 0$$

$$(1)\quad 130 - 15\,P_{x1} + 2\,P_{x2} = 0$$
$$(2)\quad 70 + 5\,P_{x1} - 12\,P_{x2} = 0$$

Se multiplica (2) por 3

$$(1)\quad 130 - 15\,P_{x1} + 2\,P_{x2} = 0$$
$$(2')\quad \underline{210 + 15\,P_{x1} - 36\,P_{x2} = 0}$$

Se sustituye $P_{x2} = 10$ en (1) o (2'), y se obtiene P_{x2},

$$P_{x2} = 10$$

Las cantidades de equilibrio se obtienen sustituyendo los precios en las funciones de oferta o demanda de cada mercado:

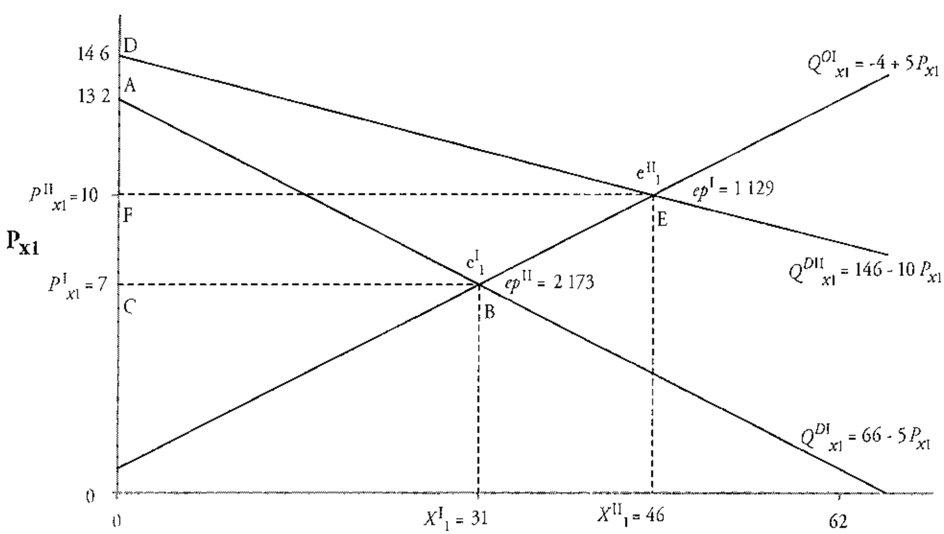
$$Q^{OI}_{x1} = X_1 = -4 + 5\,(10) = 46 \qquad Q^{OI}_{x2} = X_2 = -3 + 10 = 7$$

3.5 Para graficar se consideran las ecuaciones de oferta y demanda de un bien, manteniendo constante el precio del otro bien

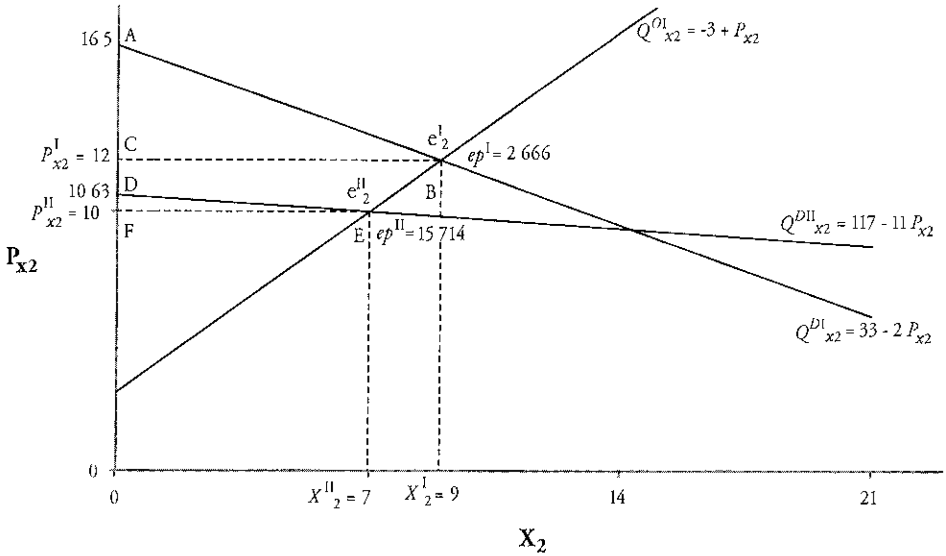
$$Q^{DII}_{x1} = X_1 = 126 - 10\,P_{x1} + 20 \qquad Q^{DII}_{x2} = X_2 = 67 + 50 - 11\,P_{x2}$$
$$Q^{DII}_{x1} = X_1 = 146 - 10\,P_{x1} \qquad Q^{DII}_{x2} = X_2 = 117 - 11\,P_{x2}$$
$$P_{x1} = 14.6 - (1/10)\,X_1 \qquad P_{x2} = 10.636 - (1/11)\,X_2$$

$$Q^{OI}_{x1} = X_1 = -4 + 5\,P_{x1} \qquad Q^{OI}_{x2} = X_2 = -3 + P_{x2}$$
$$P_{x1} = (4/5) + (1/5)\,X_1 \qquad P_{x2} = 3 + X_2$$

Gráfica 2.4
Equilibrios I y II en el mercado del bien X_1



Gráfica 2.5
Equilibrios I y II en el mercado del bien X_2



3.6 El ingreso total real de los consumidores correspondiente al equilibrio de la Situación II con los precios del equilibrio de la Situación I es $IT^{II} = (P^{I}_{x1} * X^{II}_{1}) + (P^{I}_{x2} * X^{II}_{2})$

$$IT^{II} = (7 * 46) + (12 * 7) = 322 + 84 = 406$$

3 7 Dado que las curvas de la demanda del mercado de los dos bienes X_1 y X_2 en las situaciones I y II son lineales, es decir, tienen la forma $Q_x = b_0 - b_1\ P_x$, la fórmula de la elasticidad punto precio de la demanda es $ep = -b_1\ P/Q$.

$$ep^{I}_{x1} = \frac{\delta X_1}{\delta P_{x1}} * \frac{P_{x1}}{X_1} = 5 * \frac{7}{31} = 1\ 129 \qquad \text{Elástica}$$

$$ep^{I}_{x2} = \frac{\delta X_2}{\delta P_{x2}} * \frac{P_{x2}}{X_2} = 2 * \frac{12}{9} = 2\ 666 \qquad \text{Elástica}$$

$$ep^{II}_{x1} = \frac{\delta X_1}{\delta P_{x1}} * \frac{P_{x1}}{X_1} = 10 * \frac{10}{46} = 2\ 173 \qquad \text{Elástica}$$

3.8 El excedente de los consumidores es igual a la diferencia entre la cantidad de dinero que un consumidor paga efectivamente para adquirir una cierta cantidad de un bien X y la cantidad que estaría dispuesto a pagar para no privarse de ese bien

Para $X^{I}_1 = 31$ y $P^{I}_{x1} = 7$, el excedente del consumidor representa el área del triángulo ABC de la gráfica 2.4 y es igual a [31 * (13.2 – 7)]/2 = 96.1

Para $X^{II}_1 = 46$ y $P^{II}_{x1} = 10$, el excedente del consumidor representa el área del triángulo DEF de la gráfica 2 4 y es igual a [46 * (14 6 – 10)]/2 = 105 8

Para $X^{I}_2 = 31$ y $P^{I}_{x2} = 7$, el excedente del consumidor representa el área del triángulo ABC de la gráfica 2.5 y es igual a [9 * (16.5 – 12)]/2 = 20.25.

Para $X^{II}_2 = 46$ y $P^{II}_{x2} = 10$, el excedente del consumidor representa el área del triángulo DEF de la gráfica 2.5 y es igual a [7 * (10.63 – 10)]/2 = 2 227

3 9 La *elasticidad ingreso* de la demanda e_{IT} se define como el cambio proporcional en la cantidad demandada resultante de un cambio proporcional en el ingreso.

Dado que $\delta X_1 = X^{II}_1 - X^{I}_1 = 46 - 31 = 15;$
$\delta X_2 = X^{II}_2 - X^{I}_2 = 7 - 9 = -2,$
$\delta IT = IT^{II} - IT^{I} = 406 - 325 = 81$

$$e_{IT-x1} = \frac{\delta X_1}{\delta IT} * \frac{IT^{I} + IT^{II}}{X^{I}_1 + X^{II}_1} = \frac{15}{81} * \frac{(325 + 406)}{(31 + 46)} = 1\ 75$$

X_1 es un bien normal y suntuario

$$e_{IT-x2} = \frac{\delta X_2}{\delta IT} * \frac{IT^{I} + IT^{II}}{X^{I}_2 + X^{II}_2} = \frac{-2}{81} * \frac{(325 + 406)}{(9 + 7)} = -1.12$$

X_2 es un bien inferior.

3 10 La *elasticidad cruzada* de la demanda, e_{xi-xj}, se define como el cambio propor-

Tabla 2.1

	Situación I		*Situación II*	
Bien	*Precio* P_{xi}	*Cantidad* X_i	*Precio* P_{xi}	*Cantidad* X_i
X_1	7	31	10	46
X_2	12	9	10	7

$$e_{x1-x2} = \frac{\delta X_1}{\delta P_{x2}} * \frac{P_{x2}}{X_1} = \frac{15}{-2} * \frac{12}{31} = -2\ 90$$

$$e_{x2-x1} = \frac{\delta X_2}{\delta P_{x1}} * \frac{P_{x1}}{X_2} = \frac{-2}{3} * \frac{7}{9} = -0\ 518$$

X_1 y X_2 son bienes complementarios

Sección II. Ejercicios cuyas soluciones se pueden verificar en el capítulo 9

Ejercicio E.4

Dado un modelo de un mercado en el que la oferta y la demanda son:

$$Q^D{}_x = X = 1\,000 - P_x$$
$$Q^O{}_x = X = 3\,100 - 11\,P_x + 0.01\,P_{x2}$$

4 1 Obtenga los precios, P_x, y las cantidades, X, de equilibrio
4.2 Grafique los resultados
4 3 Analice y demuestre si el equilibrio existe, si es único y si es estable

Ejercicio E.5

Situación I

Dadas las siguientes funciones de demanda y oferta de un modelo de mercado de dos bienes, X_1 y X_2

5.1 Obtenga los precios, P_{x1} y P_{x2}, y las cantidades, X_1 y X_2, de equilibrio.
5 2. Grafique los resultados en ambos mercados.
5.3 Calcule el ingreso total de los consumidores si gastan íntegramente el mismo en ambos bienes.

Situación II

Si las curvas de demanda se modifican sin alterar las ofertas, tal que:

$Q^{DII}{}_{x1} = 500 - 2P_{x1} + 6P_{x2}$ $\qquad$ $Q^{DII}{}_{x2} = 200 + 6P_{x1} - 7P_{x2}$

5 4 Obtenga los precios, P_{x1} y P_{x2}, y las cantidades, X_1 y X_2, de equilibrio
5 5. Grafique los resultados en ambos mercados
5 6 Calcule el ingreso total real de los consumidores correspondiente al equilibrio de la Situación II (con los precios del equilibrio de la Situación I), suponiendo que lo gastan íntegramente en ambos bienes
5.7. Calcule la elasticidad punto precio de la demanda de los bienes X_1 y X_2 en los equilibrios de ambas situaciones, y calcule la elasticidad punto precio de la oferta de los bienes X_1 y X_2 en el equilibrio de la Situación I Analice los resultados.
5.8. ¿Cuál es el excedente del consumidor de ambos bienes en los equilibrios de ambas situaciones?
5 9. Si se supone que los precios no varían, calcule la elasticidad arco-ingreso real de la demanda de ambos bienes correspondientes al cambio en el ingreso real implícito en las dos situaciones de equilibrio general Analice los resultados.
5 10 Calcule la elasticidad cruzada puntual de la demanda para ambos bienes en los equilibrios de ambas situaciones. Analice el resultado

Sección III. Ejercicios no resueltos

Ejercicio E.6

Dado un modelo de un mercado en el que la oferta y la demanda son

$$Q^{D}{}_{x} = X = 3\,000 - P_x$$
$$Q^{O}{}_{x} = X = 1\,000 + 19P_x - 0\ 01\ P_x^2$$

6.4. ¿Qué significado tienen los equilibrios obtenidos, suponiendo que $P_x = W$ (salarios) y $X = L$ (trabajo)?

Ejercicio E.7

Situación I

Dadas las siguientes funciones de demanda y oferta de un modelo de mercado de dos bienes, X_1 y X_2

$$Q^{DI}{}_{x1} = X_1 = 300 - 2\,P_{x1} + P_{x2} \qquad Q^{DI}{}_{x2} = X_2 = 500 + 3\,P_{x1} - 4\,P_{x2}$$
$$Q^{OI}{}_{x1} = X_1 = -30 + P_{x1} \qquad Q^{OI}{}_{x2} = X_2 = -50 + P_{x2}$$

7.1. Obtenga los precios, P_{x1} y P_{x2}, y las cantidades, X_1 y X_2, de equilibrio

7.2. Grafique los resultados en ambos mercados.

7.3. Calcule el ingreso total de los consumidores si gastan íntegramente el mismo en ambos bienes.

Situación II

Si las curvas de demanda se modifican sin alterar las ofertas, tal que:

$$Q^{DII}{}_{x1} = 370 - P_{x1} + P_{x2} \qquad Q^{DII}{}_{x2} = 600 + 2\,P_{x1} - 7\,P_{x2}$$

7.4. Obtenga los precios, P_{x1} y P_{x2}, y las cantidades, X_1 y X_2, de equilibrio

7.5. Grafique los resultados en ambos mercados.

7.6. Calcule el ingreso total real de los consumidores correspondiente al equilibrio de la Situación II (con los precios del equilibrio de la Situación I), suponiendo que lo gastan íntegramente en ambos bienes.

7.7. Calcule la elasticidad punto precio de la demanda de los bienes X_1 y X_2 en los equilibrios de ambas situaciones, y calcule la elasticidad punto precio de la oferta de los bienes X_1 y X_2 en el equilibrio de la Situación I. Analice los resultados

7.8. ¿Cuál es el excedente del consumidor de ambos bienes en los equilibrios de ambas situaciones?

7.9. Suponiendo que los precios no varían, calcule la elasticidad arco-ingreso real de la demanda de ambos bienes correspondientes al cambio en el ingreso real implícito en las dos situaciones de equilibrio general. Analice los resultados.

Capítulo 3
Teoría de la demanda (D)

Sección I. Ejercicios resueltos

Ejercicio D.1

Dada la siguiente función de utilidad de un consumidor en un universo de dos bienes, X y Y:

$$U = X^{1/2}\ Y^{1/2}$$

1.1 Defina conceptualmente y derive matemáticamente la *utilidad marginal* de ambos bienes (UMg), la *tasa marginal de sustitución* ($TMSxy$)
1.2 Defina el concepto de *curva de indiferencia* y derive la ecuación de las mismas para los siguientes niveles de utilidad: $U_1 = 100$, $U_2 = 200$ y $U_3 = 300$
1.3 Si los precios de los bienes X y Y y el ingreso monetario total del consumidor son, respectivamente, $P_x = \$3$, $P_y = \$2$ e $IT = \$600$, defina, derive matemáticamente y grafique la *recta de presupuesto* (o restricción presupuestaria) del consumidor correspondiente.
1.4 Señale y obtenga las condiciones de equilibrio del consumidor. ¿Cuál será la cantidad consumida de X y Y, así como la utilidad máxima obtenida por el consumidor para esos precios e ingreso? Grafique sus resultados.
1.5 Obtenga otras dos combinaciones de X y Y que den la misma utilidad que la resultante en la pregunta 1.4. Calcule los ingresos necesarios para alcanzar tales canastas de bienes a los precios dados
1.6 Si se supone que el precio del bien X disminuye a $P_x = \$1$, defina, calcule matemáticamente y grafique el efecto total, el efecto ingreso y el efecto sustitución. ¿Qué tipo de bien es X?

Solución D.1

1 1. La *utilidad marginal, UMg*, es la utilidad o satisfacción que le brinda al consumidor el adquirir una unidad adicional de un bien (*X* o *Y* en este caso) La utilidad marginal de un bien disminuye a medida que el consumidor adquiere mayor cantidad de él La *tasa marginal de sustitución* de *Y* por *X*, *TMSxy*, se define como el número de unidades del bien *Y* al que debe renunciar el consumidor a cambio de una unidad adicional del bien *X*, para mantener el mismo nivel de satisfacción.

Utilidad marginal del bien *X*:

$$UMg_x = \frac{\delta U}{\delta X} = 1/2 X^{-1/2} Y^{1/2}$$

Utilidad marginal del bien *Y*.

$$UMg_y = \frac{\delta U}{\delta X} = 1/2 X^{1/2} Y^{-1/2}$$

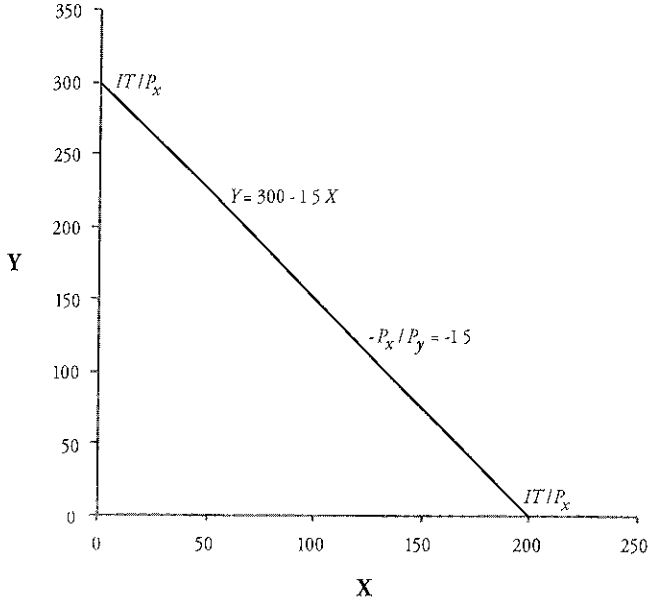
La tasa marginal de sustitución es $TMSxy = UMg_x / UMg_y$

1.2. La *curva de indiferencia* es el lugar geométrico de los puntos –combinaciones particulares o conjuntos de bienes– que rinden la misma utilidad (nivel de satisfacción) al consumidor, de modo tal que a éste le es indiferente la combinación particular que consume.

$U_1 = 100$	$U_2 = 200$	$U_3 = 300$
$100 = X^{1/2}\ Y^{1/2}$	$200 = X^{1/2}\ Y^{1/2}$	$300 = X^{1/2}\ Y^{1/2}$
$10\,000 = XY$	$40\,000 = XY$	$90\,000 = XY$
$Y = 10\,000 / X$	$Y = 40\,000 / X$	$Y = 90\,000 / X$

1.3. La *recta de presupuesto* representa todas las canastas de bienes (*X* y *Y*) posibles que el consumidor puede obtener gastando todo su ingreso, conocidos su ingreso y los precios de los bienes.

Gráfica 3.1
Recta de presupuesto



$$IT = P_x X + P_y Y$$
$$Y = (1 / P_y)\ IT - (P_x / P_y)\ X$$
$$Y = (1/2)\ 600 - (3/2)\ X$$
$$Y = 300 - 1.5\ X$$

1.4 Las dos condiciones del equilibrio del consumidor son

1ª $TMSxy = UMg_x / UMg_y = P_x / P_y$

2ª Las curvas de indiferencia deben ser convexas al origen.

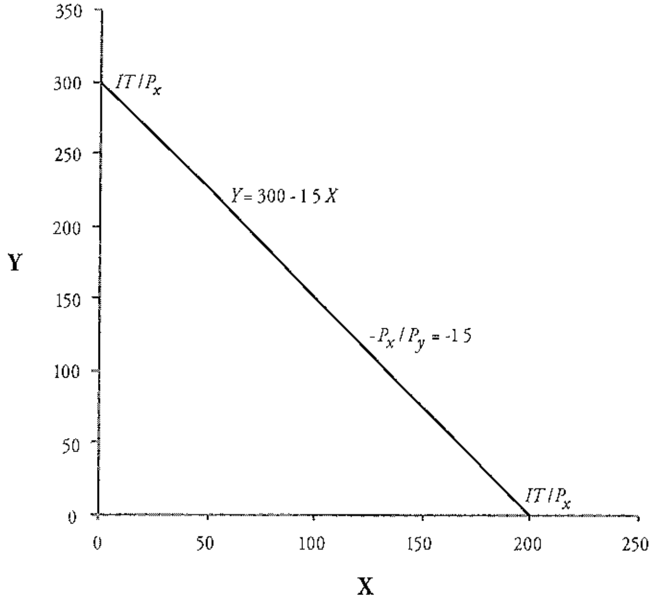
Como para este caso $TMSxy = X / Y$, entonces,

$$YP_y = XP_x$$

Al sustituir esta relación en la ecuación de presupuesto, $IT = X P_x + Y P_y$, se obtiene por un lado, la ecuación de la demanda del bien X.

$$IT = X P_x + X P_x$$
$$IT = 2\ (X P_x)$$

Gráfica 3.1
Recta de presupuesto



$IT = P_x X + P_y Y$
$Y = (1 / P_y)\ IT - (P_x / P_y)\ X$
$Y = (1/2)\ 600 - (3/2)\ X$
$Y = 300 - 1.5\ X$

1.4. Las dos condiciones del equilibrio del consumidor son.

1ª $TMSxy = UMg_x / UMg_y = P_x / P_y$

2ª Las curvas de indiferencia deben ser convexas al origen.

Como para este caso $TMSxy = X / Y$, entonces,

$YP_y = XP_x$

Al sustituir esta relación en la ecuación de presupuesto, $IT = X P_x + Y P_y$, se obtiene por un lado, la ecuación de la demanda del bien X:

$IT = X P_x + X P_x$
$IT = 2\ (X P_x)$

1.5. Se tiene que $U = 122.47 = X^{1/2}\ Y^{1/2}$

Primer ejemplo, si $Y = 100$, entonces,

$$122.474 / 10 = X^{1/2}$$
$$12.247^2 = X$$
$$X = 150$$
$$IT = 150 * 3 + 100 * 2 = 650$$

Segundo ejemplo, si $Y = 225$, entonces,

$$122.474 / 15 = X^{1/2}$$
$$8.1649^2 = X$$
$$X = 66.666$$
$$IT = 66.666 * 3 + 225 * 2 = 650$$

1.6 Ahora, siendo $P_x = \$1$, $P_y = \$2$ e $IT = \$600$, la ecuación de la nueva recta de presupuesto es

$$IT = 2Y + X$$
$$Y = IT/2 - 1/2\,X$$
$$Y = 300 - 0.5X$$

Al sustituir los valores del ingreso y los precios en las ecuaciones de las demandas respectivas (véase respuesta 1.4 anterior), se obtienen las cantidades que corresponden al nuevo equilibrio del consumidor:

$$X = IT/(2P_x) = 600/2 = 300$$
$$Y = IT/(2P_y) = 600/(2*2) = 150$$

Al sustituir estas cantidades en la función de utilidad, se obtiene su nivel.

$$U = 300^{1/2} * 150^{1/2} = 212.132$$

Definiciones: el *efecto total*, *ET*, es la variación en la cantidad consumida de un bien ante cambios en el precio de éste. El *efecto sustitución*, *ES*, es la variación en la cantidad consumida de un bien ante cambios en el precio de éste, pero mantenien-

La variación que representa el *efecto sustitución* se obtiene desplazando la nueva recta de presupuesto paralelamente hasta ser tangente con la curva de indiferencia inicial Esto implica la obtención de otro equilibrio que corresponde a $U = 122\ 474$, $P_x = 1$ y $P_y = 2$.

Dados los precios de los bienes, al sustituir la condición de equilibrio, $YP_y = XP_x$, en la ecuación del ingreso, $IT = XP_x + YP_y$, se obtiene:

$$IT = XP_x + XP_x = 2XP_x = 2X$$
$$IT = YP_y + YP_y = 2\,YP_y = 4\,Y$$
$$4\,Y = 2X$$
$$Y = 0.5X$$

O bien:

$$X = 2Y$$

Si se sustituye esta relación en la ecuación de la curva de indiferencia inicial, $U = 122\ 474 = X^{1/2}\ Y^{1/2}$, pueden obtenerse las cantidades respectivas de los bienes

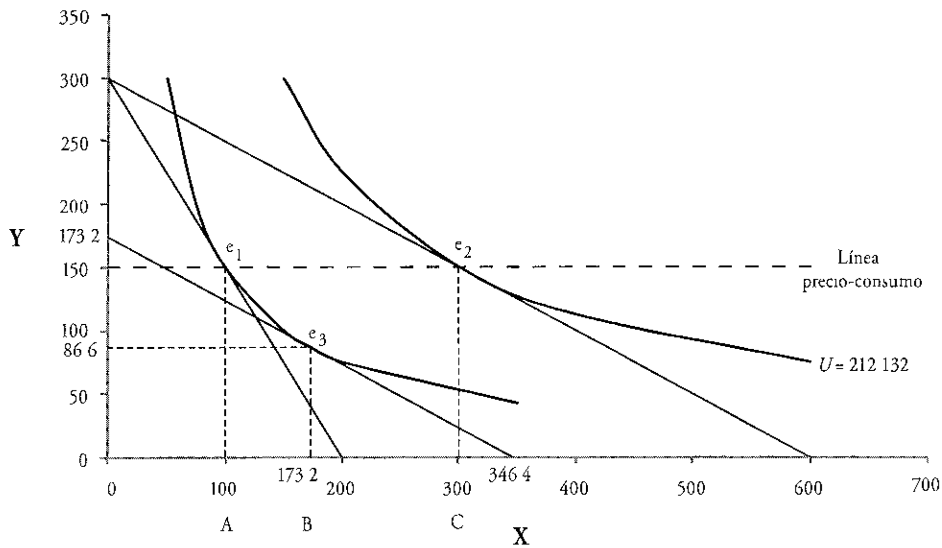
$$122.474 = X^{1/2} * (0\ 5\ X)^{1/2} = 0.7071\,X$$
$$X = 173.205$$
$$122\ 474 = (2\,Y)^{1/2} * Y^{1/2} = 1\ 414\,Y$$
$$Y = 86.602$$

Con la información obtenida es posible calcular el efecto total (ET), el efecto sustitución (ES) y el efecto ingreso (EI) cuando el precio del bien X baja de \$3 a \$1:

$$ET = (\mathrm{C} - \mathrm{A}) = 300 - 100 = 200$$
$$ES = (\mathrm{B} - \mathrm{A}) = 173.205 - 100 = 73\ 205$$
$$EI = (\mathrm{C} - \mathrm{B}) = 300 - 173.205 = 126\ 794$$

El bien X es normal dado que el efecto ingreso es del mismo signo que el efecto sustitución, ambos inversos a la variación del precio

Gráfica 3.3
Línea de precio-consumo y efecto sustitución, efecto ingreso y efecto total



Ejercicio D.2

Parte I: dada la siguiente función de utilidad de un consumidor en un universo de dos bienes, X y Y

$$U = X^2Y$$

2 I 1. Defina el concepto de *recta de presupuesto*, escriba su ecuación y grafíquela indicando su pendiente y la ecuación de las cantidades cuando cruza la ordenada y la abscisa.

2 I 2. Defina los conceptos de *función de utilidad*, *curva de indiferencia*, *utilidad marginal* de los bienes y *tasa marginal de sustitución* de Y por X.

2 I 3. Calcule la función de utilidad marginal de ambos bienes y la tasa marginal de sustitución de la función de utilidad dada

2.I 4 Defina y obtenga la *condición de la elección óptima* (o equilibrio del consumidor) y obtenga la función de demanda de los dos bienes para la función dada.

Si se supone que, en una primera Situación A, el ingreso del consumidor y los precios de los dos bienes son $IT = \$100$, $P_x = \$1$ y $P_y = \$10$

2.I.6 Grafique la elección óptima o el equilibrio del consumidor, señalando la función de la recta de presupuesto y su pendiente.

2.I.7. Calcule cuál es el nivel de utilidad en que se encuentra la canasta óptima

Si se supone que, en una posterior Situación B, el precio del bien X, P_x, baja a la mitad y se mantienen constantes el precio del bien Y, P_y, y el ingreso del consumidor, IT,

2.I.8. Calcule la canasta óptima que *maximiza* la utilidad del consumidor dada la nueva relación de precios

2.I.9 Exprese matemáticamente y grafique la nueva recta de presupuesto y el punto de elección óptima del consumidor

2.I.10 Calcule el nivel de utilidad en el que se encuentra esta nueva canasta óptima.

2.I.11. Defina los conceptos de *efecto total*, *efecto sustitución* y *efecto ingreso*

2.I.12 Calcule el efecto total, el efecto sustitución y el efecto ingreso que resultan al cambiar de la Situación A a la Situación B. Grafique los resultados.

2.I.13. Explique qué tipo de bien es X.

Parte II dada la siguiente ecuación de la curva de la demanda individual del consumidor $Q^d_x = X = 200 - 133.333\ P_x$

2.II.1. Deduzca la curva inversa de la demanda

2.II.2 Considere las situaciones A y B de la Parte I, explique cómo se deduce la curva de la demanda mediante el método de las curvas de indiferencia y grafíquela.

2.II.3 Defina el concepto de *excedente del consumidor* y calcúlelo para las situaciones A y B

2.II.4 De las situaciones A y B de la Parte I, explique y calcule la variación del excedente del consumidor cuando P_x cambia de la Situación B a la Situación A

2.II.5 Dada la siguiente ecuación de la curva de la demanda de mercado del bien X $Q^D_x = X = 2000 - 666.666\ P_x$,

1) Defina el concepto de *elasticidad-precio de la demanda* y escriba su fórmula,

2) Calcule las elasticidades-precio de la demanda del consumidor del bien X que corresponden a los precios de las situaciones A y B.

3) Calcule las elasticidades-precio de la demanda de mercado del bien X que corresponden a los precios de las situaciones A y B, grafique la curva de la demanda

4) ¿Cómo es la demanda de este bien para el consumidor y para el mercado

Solución D.2

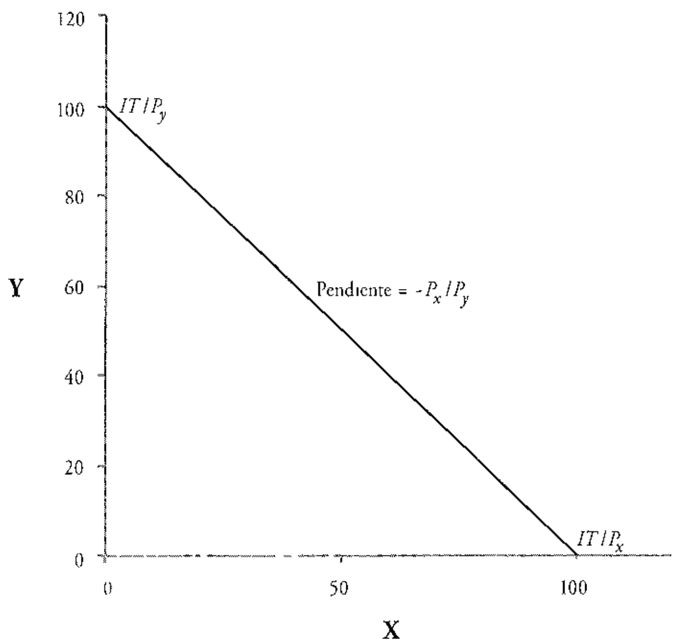
Parte I:

2.I.1. La recta de presupuesto es el conjunto de cestas o canastas que cuestan exactamente el ingreso o el conjunto presupuestario del consumidor, *IT*.

Su función es la siguiente

$$Y = \frac{IT}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} X$$

Gráfica 3 4
Recta de presupuesto



2 I 2. La *función de utilidad* es un instrumento para asignar un número a todas las cestas o canastas de consumo posible, de tal forma que las que se prefieren tengan un número más alto que las que no se prefieren

al consumidor, de modo tal que a éste le es indiferente la combinación particular que consume.

La *utilidad marginal* (*UMg*) es la utilidad o satisfacción de una unidad adicional de un bien (*X* o *Y*, en este caso).

La relación o *tasa marginal de sustitución* de *Y* por *X* (*TMSxy*) es el número de unidades de la mercancía *Y* al que debe renunciar el consumidor a cambio de una unidad adicional de la mercancía *X*, para mantener el mismo nivel de satisfacción.

2.1.3 La función de utilidad marginal del bien *X* es:

$$\frac{\delta U}{\delta X} = UMg_x = 2XY$$

La función de utilidad marginal del bien *Y* es

$$\frac{\delta U}{\delta Y} = UMg_y = X^2$$

La relación o tasa marginal de sustitución de la función de utilidad es

$$TMSxy = \frac{2XY}{X^2} = \frac{2Y}{X}$$

2.1.4. La *condición de la elección óptima* o equilibrio del consumidor es que la tasa marginal de sustitución, *TMSxy*, debe ser igual a la pendiente de la recta de presupuesto o a la relación de intercambio, P_x / P_y

$$TMSxy = \frac{2Y}{X^2} = \frac{P_x}{P_y}$$

La función de demanda de bien *X* es.

$$X = \frac{a}{a+b}\left(\frac{IT}{P_x}\right) = \frac{2}{3}\,\frac{IT}{P_x}$$

La función de demanda del bien *Y* es:

$$Y = \frac{b}{a+b}\left(\frac{IT}{P_y}\right) = \frac{2}{3}\,\frac{IT}{P_y}$$

donde *a* y *b* son, respectivamente, los exponentes asociados a los bienes *X* e *Y* de-

Situación A dado que el ingreso del consumidor y los precios de los dos bienes son $IT = \$100$, $P_x = \$1$, $P_y = \$1$,

2.I.5. La canasta óptima que maximiza la utilidad del consumidor se obtiene de la siguiente manera:

1) Al sustituir P_x y P_y en la ecuación de equilibrio, $TMSxy = \dfrac{2Y}{X} = \dfrac{P_x}{P_y}$ se obtiene

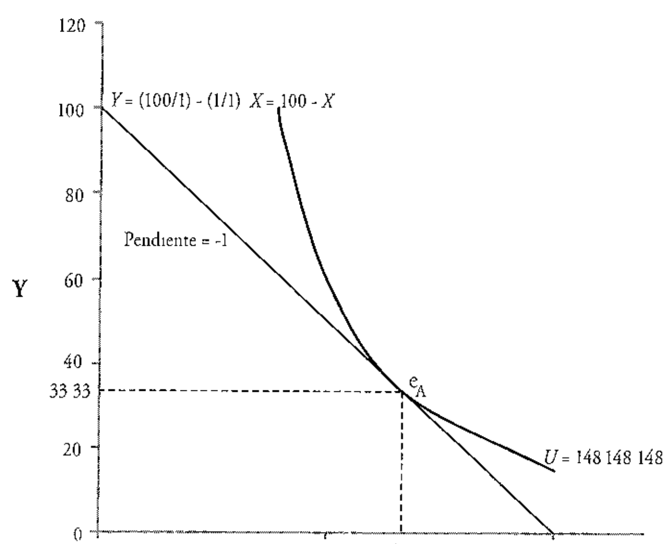
$2\,Y/X = 1/1 = 1$
$2\,Y = X$

2) Al sustituir esta relación en la ecuación de presupuesto, $IT = X\,P_x + Y\,Py$, se obtienen las cantidades del bien X y del bien Y que conforman esta canasta

$100 = 2Y + Y = 3Y$
$Y^* = 100 / 3 = 33.33$
$300 = X + 33.33$
$X^* = 66.666$

2.I.6. Gráfica de la elección óptima o equilibrio del consumidor, e_A

Gráfica 3.5
Equilibrio del consumidor



2.I.7. El nivel de utilidad en que se encuentra la canasta óptima es:

$U = X^2 Y$
$U = (66\ 666)^2\ (33\ 33)$
$U = 148\ 148\ 148$

Situación B: dado que P_x baja a la mitad, es decir, \$0.5, y se mantienen constantes P_y = \$1 y el ingreso del consumidor IT = \$100:

2.I.8. La canasta óptima que maximiza la utilidad del consumidor se obtiene de la siguiente manera.

1) Al sustituir P_x y P_y en la ecuación de equilibrio, $TMSxy = \dfrac{2Y}{X} = \dfrac{P_x}{P_y}$ se obtiene:

$2\,Y/X = 0\ 5/1 = 0\ 5$
$4\,Y = X$

2) Al sustituir esta relación en la ecuación de presupuesto, $IT = X\,P_x + Y\,P_y$, obtenemos las cantidades del bien X y del bien Y que conforman la nueva canasta

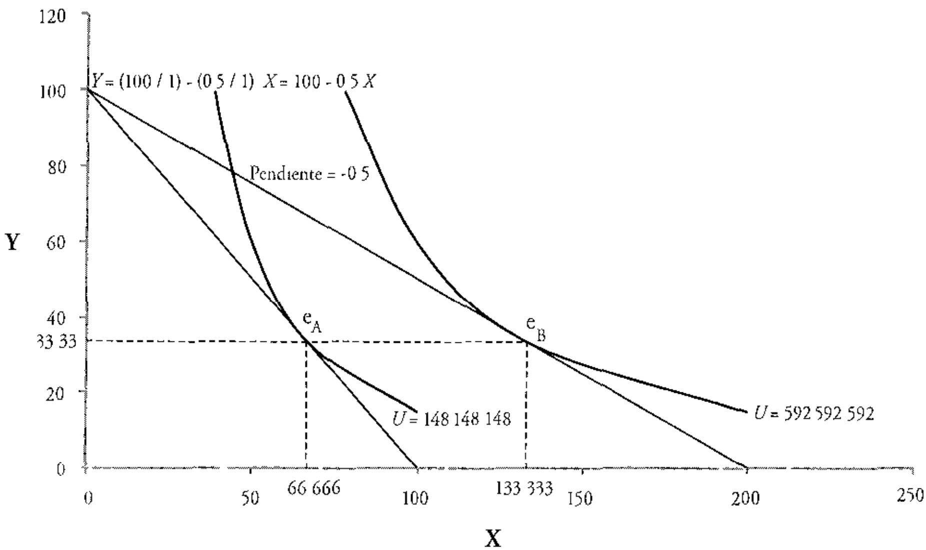
$100 = 4Y(0\ 5) + Y = 2\,Y + Y = 3\,Y$
$Y^* = 100/3 = 33\ 33$
$100 = (0\ 5)X + 33\ 33$
$X^* = 133.333$

2 I 9 Exprese matemáticamente y grafique la nueva recta de presupuesto y el punto de elección óptima del consumidor, e_B.

2 I.10 El nivel de utilidad en el que se encuentra esta nueva canasta óptima es

$U = X^2 Y$
$U = (133.333)^2 * (33\ 33)$
$U = 592\ 592\ 592$

Gráfica 3.6
Equilibrios del consumidor, e_A y e_B



2 I.11. El *efecto total* es la variación en la cantidad consumida de un bien ante cambios en el precio de éste El *efecto sustitución* es la variación de la demanda provocada por una variación de la relación de intercambio entre los dos bienes, manteniendo constante el poder adquisitivo (según Hichs, es la variación en la cantidad consumida de un bien ante cambios en el precio de éste, pero manteniendo el nivel de ingreso real del consumidor, o sea, igual nivel de satisfacción). El *efecto renta* o *ingreso* es la variación de la demanda que experimenta un bien cuando varía el ingreso, manteniendo fijo el precio de este bien (o representa la variación en la cantidad consumida por un cambio en el ingreso real del individuo)

2 I.12. El efecto total es la diferencia entre las cantidades de equilibrio del bien X de las situaciones A y B

$$ET = 133.333 - 66.666 = 66.666$$

El efecto sustitución y el efecto ingreso se consiguen mediante el cálculo de la variación que representa el efecto sustitución Esta variación se obtiene desplazando la recta de presupuesto de la Situación B paralelamente hasta ser tangente

Situación A. La información que se tiene para esto es: *1)* la función de utilidad, $U = X^2 Y$; *2)* el nivel de utilidad de la curva de indiferencia de la Situación A, $U = 148\,148.148$, *3)* la condición de equilibrio correspondiente a los precios $P_x = 0\ 5$ y $P_y = 1$, $4Y = X$, o bien, $Y = 0\ 25\ X$.

Al sustituir la condición de equilibrio en la ecuación de la curva de indiferencia que corresponde a la Situación A, $U = 148\,148.148 = X^2\ Y$, se obtienen las cantidades respectivas de los bienes como sigue

$148\,148.148 = X^2 * (0.25X) = 0.25X^3$
$X^3 = 592\,592.592$
$X = 83\ 994$

$148\,148.148 = (4\ Y)^2 * Y = 16Y^3$
$Y^3 = 9\,259.259$
$Y = 20.998$

Con la información anterior puede calcularse el efecto sustitución y el efecto ingreso cuando el precio del bien X pasa de la Situación A a la Situación B:

$ES = (\mathrm{C} - \mathrm{A}) = 83\ 994 - 66.666 = 17\ 328$
$EI = (\mathrm{B} - \mathrm{C}) = 133\ 333 - 83.994 = 49\ 339$
$ET = (\mathrm{B} - \mathrm{A}) = ES + EI = 66\ 666$

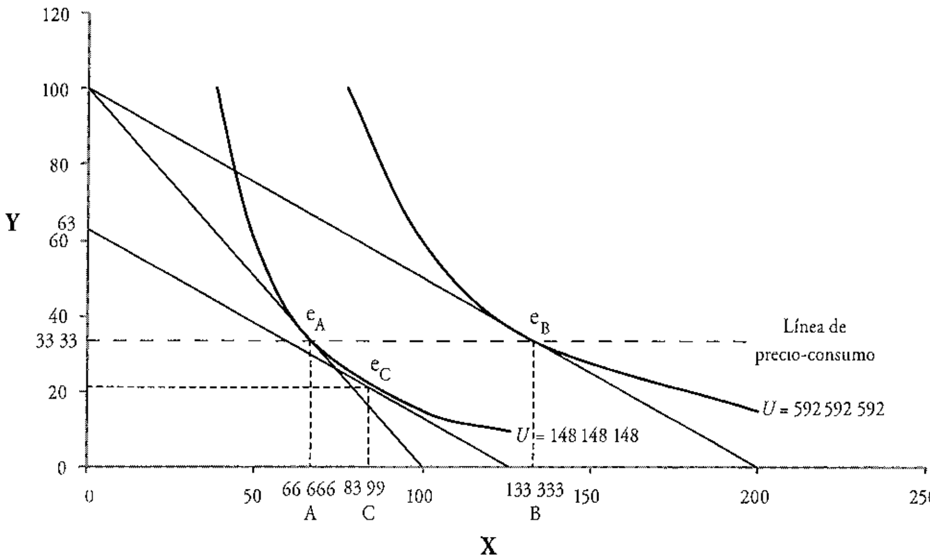
Para graficar los resultados es necesario, en primer lugar, trazar la nueva recta de presupuesto Para esto se debe obtener el nivel de ingreso que correspondería a esta situación y, a partir de éste, obtener las cantidades que corresponden al cruce de esta recta con la ordenada y la abscisa El ingreso se obtiene sustituyendo las cantidades de los bienes y sus precios correspondientes en la ecuación de ingreso

$IT = 83.994\ (0.5) + 20\ 998\ (1) = 62.996$

Las cantidades que corresponden a los puntos de cruce de la nueva recta de presupuesto con los ejes coordenados, X y Y, son:

$IT / P_x = 62\ 996 / 0\ 5 = 125.992$
$IT / P_y = 62\ 996 / 1 = 62.996$

Gráfica 3.7
Línea de precio-consumo y efecto total, efecto sustitución y efecto ingreso



2.I.13 *X* es un bien normal, puesto que el efecto sustitución y el efecto ingreso actúan en el mismo sentido

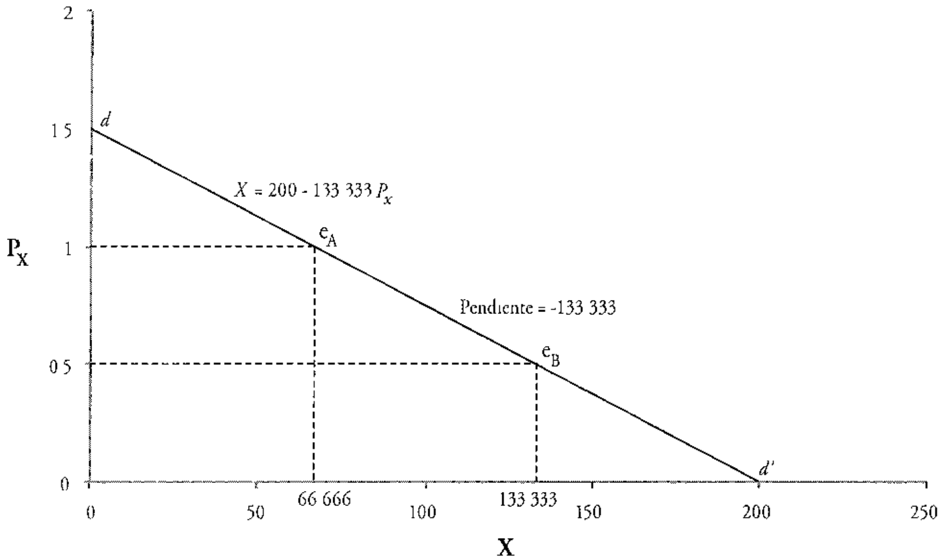
Parte II:

2.II 1. Dado que la ecuación de la curva de la demanda individual de este consumidor (*d-d'*) es $Q^d_x = X = 200 - 133\ 333\ P_x$, su inversa es:

$$P_x = 1.5 - 0.0075\, X$$

2.II 2 De acuerdo con el método de las curvas de indiferencia, la curva de la demanda de un bien se deduce por medio de la curva de precio-consumo, que resulta de unir los puntos de tangencia de las sucesivas rectas de presupuesto y de las sucesivas curvas de indiferencia cuando el precio del bien baja, manteniendo constantes los precios de los otros bienes y el ingreso del consumidor. En este caso, los puntos son los que corresponde a e_A, $X = 66\ 666$ y $P_x = 1$; y e_B,

Gráfica 3.8
Demanda del consumidor



Como se puede observar en la gráfica 3.8,cuando X = 66 666, P_x = 1, y cuando X = 133.333, P_x = 0.5. Estos resultados se obtienen al sustituir los valores de X en la ecuación de la inversa de la demanda

2 II 3 El excedente de los consumidores es igual a la diferencia entre la cantidad de dinero que un consumidor paga efectivamente para adquirir una cierta cantidad de una mercancía X y la cantidad que estaría dispuesto a pagar para no privarse de esa mercancía. Éste constituye así una medida de las ganancias individuales derivadas del comercio e indica la cantidad de dinero que sería necesario dar al consumidor para que renunciara a todo su consumo de un bien.

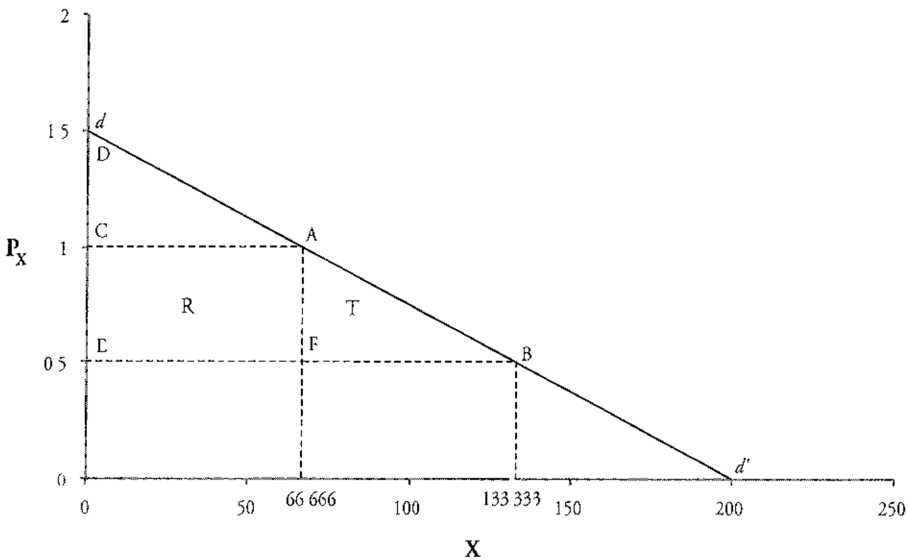
1) Cuando X = 66.666 y P_x = 1, el excedente del consumidor representa el área del triángulo ABC de la gráfica 3 9 y es igual a (66 666 * 0 5) / 2 = 16 666

2) Cuando X = 133.333 y P_x = 0.5, el excedente del consumidor representa el área del triángulo DEB de la gráfica 3.9 y es igual a (133.333 * 1) / 2 = 66.666.

2.II 4. La variación del excedente del consumidor, cuando P_x cambia de la Situación B a la Situación A, es igual a la diferencia entre el excedente del consumidor que corresponde a la Situación B, es decir, 66 666, y al que corresponde a la Situa-

En la gráfica 3.9, la variación del excedente del consumidor representa el área del trapecio CEBA. Esta variación esta compuesta de dos partes. 1) el área del rectángulo CEFA, representada con la letra R, 2) el área del triángulo AFB, representado con la letra T.

Gráfica 3.9
Variación del excedente del consumidor



R = 66.666 (0.5) = 33.333 mide la pérdida de excedente que se produce porque ahora está pagando más por las unidades que continúa consumiendo.

T = 66.666 (0.5) / 2 = 16.666 mide la pérdida derivada de la reducción del consumo, o bien, el valor del consumo perdido del bien.

2 II.5. *1)* La *elasticidad-precio* (puntual) *de la demanda*, *ep*, se define como el cambio proporcional de la cantidad demandada resultante de un cambio proporcional muy pequeño en el precio. Su fórmula es:

$$ep = \frac{\delta Q/Q}{\delta P/P} = \frac{\delta Q}{\delta P} * \frac{P}{Q}$$

666.666 P_x, son lineales, es decir, tienen la forma $Q_x = b_0 - b_1 P_x$, la fórmula de la elasticidad puntual de la demanda es:

$ep = - b_1 \, P/Q$. curva de ingreso marginal

2) Elasticidades de la demanda del consumidor:

Situación A ep = –133.333 * (1 / 66.666) = 2   Elástica

Situación B ep = –133 333 * (0.5 / 133.333) = 0.5   Inelástica

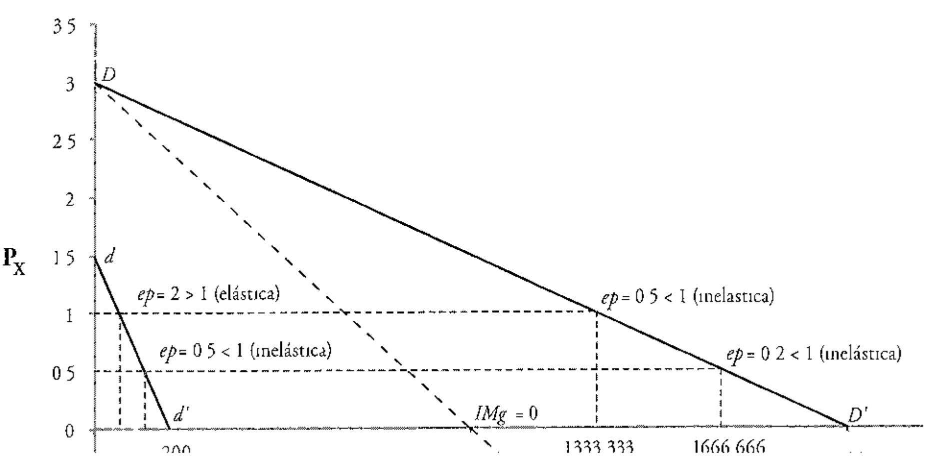
3) Para obtener las elasticidades de la demanda de mercado deben calcularse las cantidades del bien *X* que se demandarían en ambas situaciones a los precios correspondientes $P_x = 1$ y $P_x = 0\ 5$

Para la Situación A X = 1 333 333
Para la Situación B. X = 1 666.666

Situación A: ep = – 666 666 * (1 / 1 333.333) = 0.5   Inelástica

Situación B· ep = – 666.666 * (0 5 / 1 666 666) = 0.2   Inelástica

Gráfica 3.10
Elasticidades de las demandas del consumidor y del mercado



2 II 6. El *ingreso total* (IT) es el producto de la cantidad vendida por el precio $IT = P_x X$, cuya ecuación puede obtenerse de la siguiente manera: como la ecuación de la demanda para P_x es:

$$P_x = (b_0 / b_1) - (1 / b_1 X),$$

al hacer $(b_0 / b_1) = b^*_0$ y $(1 / b_1) = b^*_1$, es posible reescribirla como

$$P_x = b^*_0 - b^*1\ X$$

Al sustituir la ecuación anterior se obtiene

$$IT = (b^*_0 - b^*_1 X) X = b^*_0 X - b^*_1 X^2$$

Para este caso $IT = 3X - 0.0015X^2$

El *ingreso marginal* (IMg) es el cambio en el ingreso total proveniente de la venta de una unidad adicional de la mercancía: $IMg = (P_{x+1} * Q_{x+1}) - (P_x * Q_x)$. Su ecuación se obtiene derivando la función de ingreso total con respecto a X

$$IMg = \delta IT / \delta X = 3 - 0.003\ X$$

De esta manera la curva de ingreso marginal es una línea recta cuya ordenada (o abscisa) al origen es la misma que la de la curva de la demanda (véase gráfica 3 10).

Ejercicio D.3

Si se supone que en una primera Situación A

1) La función de la demanda de mercado de un bien X es $Q^D{}_x = X = 2\,000 - 100\ P_x$
2) El precio de un bien Y es $P_y = \$20$
3) El ingreso de los consumidores es $IT = \$10\,000$

3 1 Defina los conceptos de *ingreso total* e *ingreso marginal* de las empresas que venden este bien y, para esta función de demanda, escriba sus ecuaciones respectivas En

3 2 Para cada uno de los siguientes precios del bien X, \$17, \$10 y \$5, calcule la elasticidad puntual, el ingreso total y el ingreso marginal de las empresas, mediante la ecuación que los relaciona.

3.3 Calcule la elasticidad arco de una caída en el precio del bien X, de \$18 a \$16, y de \$6 a \$4

3 4. ¿Cuál es la elasticidad correspondiente al ingreso total máximo? ¿Cuál es la relación entre el ingreso total máximo y el ingreso marginal?

3.5 Calcule geométricamente la elasticidad puntual y el ingreso total correspondiente para el precio del bien X, $P_x = \$10$, con el método de los ingresos marginales

Si se supone que, en una segunda Situación B, el ingreso de los consumidores baja a \$8 000 y como efecto de esto la cantidad demandada del bien X cae de 400 X (Situación A) a 200 X.

3 6 Defina el concepto de *elasticidad-ingreso* de la demanda del bien X. Calcule esta elasticidad y señale qué tipo de bien es X entre las situaciones A y B.

Si se supone que, en una tercera Situación C, el precio del bien Y sube de \$20 a \$25, y como efecto de esto la cantidad demandada del bien X aumenta de $200X$ a $300X$.

3.7. Defina el concepto de *elasticidad cruzada* de la demanda del bien X. Calcule esta elasticidad y señale qué tipo de bien es A en relación con el bien Y entre las situaciones B y C.

Solución D.3

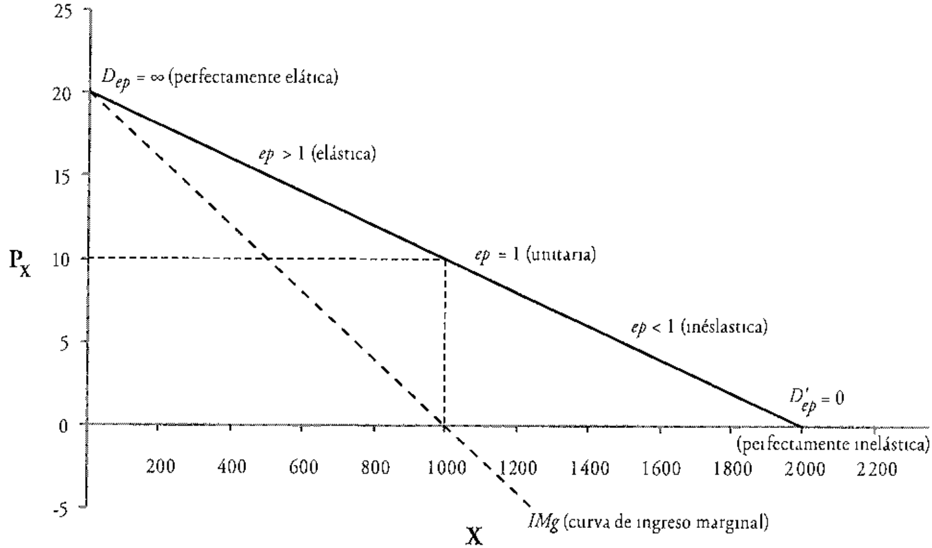
3 1. El *ingreso total* (IT) es el producto de la cantidad vendida por el precio: $IT = P_x X$ Para esta demanda su ecuación es

$$IT = 20X - 0\ 01\ X^2$$

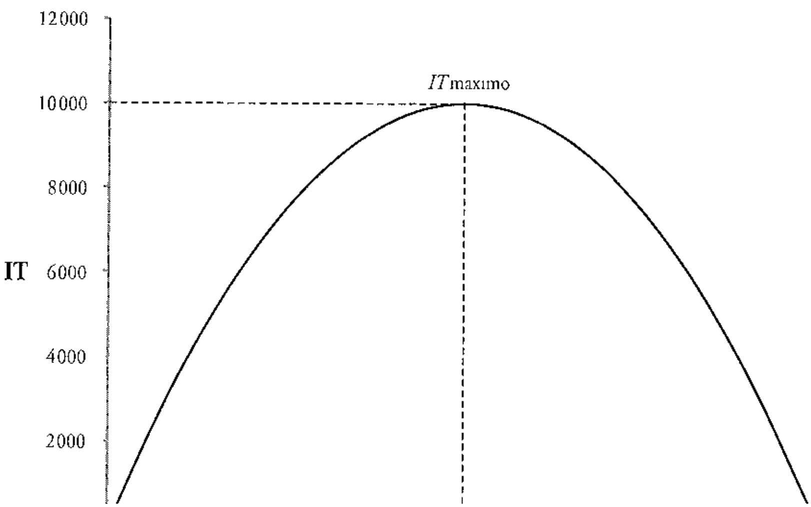
El *ingreso marginal* (IMg) es el cambio en el ingreso total proveniente de la venta de una unidad adicional de la mercancía $IMg = (P_{x+1} * Q_{x+1}) - (P_x * Q_x)$. Su ecuación se obtiene derivando la función de ingreso total con respecto a X:

$$IMg = \delta IT / \delta X = 20 - 0\ 02X$$

Gráfica 3.11
Demanda de mercado, ingreso marginal y elasticidades de la demanda



Gráfica 3.12
Curva de ingreso total



3.2. Por un lado, la ecuación general de la elasticidad-precio puntual es $ep = -(\delta X / \delta P_x)$ (P_x / X) Como para esta función de demanda, $\delta X / \delta P_x = -100$, entonces,

$$ep = 100\ (P_x / X)$$

Por otro lado, la fórmula que relaciona el ingreso marginal con la elasticidad-precio de la demanda es:

$$IMg = P_x * [(1 - (1 / ep)]$$

Si $P_x = \$17$, entonces $X = 300$

$ep = -(-100)\ (17 / 300) = 5.666$ — Elástica
$IT = \$5\,100$
$IMg = 17 * [(1 - (1 / 5.666)] = \$14$

Si $P_x = \$10$, entonces $X = 1\,000$

$ep = (-100)\ (10 / 1\,000) = 1$ — Elasticidad unitaria

$IT = \$10\,000$
$IMg = 10 * [(1 - (1 / 1)] = 0$

Si $P_x = \$5$, entonces $X = 1\,500$

$ep = -(-100)\ (5\ /\ 1\ 500) = 0.333$ — Inelástica
$IT = \$7\ 500$
$IMg = 5 * [(1 - (1\ /\ 0.333)] = -10$

3.3 Elasticidad-precio arco = $ep_{arco} = (\Delta X / \Delta P_x) * (P_{x1} + P_{x2}) / (X_1 + X_2)$

Si $P_x = \$18$, entonces $X = 200$
Si $P_x = \$16$, entonces $X = 400$
$ep_{(18-16)} = -(-200 / 2) * (18 + 16) / (200 + 400) = 5\ 666$ — Elástica

Si $P_x = \$6$, entonces $X = 1\,400$
Si $P_x = \$4$, entonces $X = 1\,600$

3.4. Como el ingreso total máximo se encuentra cuando la pendiente de su curva es igual a cero, éste se puede calcular obteniendo, primero, la cantidad que corresponde al ingreso total máximo mediante la derivada de su ecuación, igualándola a cero y sustituyéndola en la ecuación del ingreso total. Esto es:

$\delta IT / \delta X = 20 - 0.02X = 0$ $\qquad\qquad \delta IT / dX^2 = -0\ 02$
$X = 20 / 0.02 = 1\,000$
$IT = (20 * 1\ 000) - (0.01 * 1\,000^2) = 20\,000 - 10\,000 = \$10\,000$

Dado que la fórmula del ingreso marginal es $IMg = 20 - 0\ 02\ X$, para $X = 1\,000$:

$IMg = 20 - (0.02 + 1\,000) = 20 - 20 = 0$

El ingreso total máximo corresponde al ingreso marginal igual a cero.

3.5. Gráficamente, la elasticidad puntual de una curva de demanda lineal está dada por el cociente de los segmentos de la línea de la demanda, que se encuentran a la derecha y a la izquierda del punto en cuestión

Como para $P_x = \$10$, el punto en cuestión es A de la gráfica 3.13,

ep = AD' / AD = 1,

dado que AD' = AD O lo que, por construcción, resulta lo mismo que

$ep = (2\,000 - 1\,000) / 1\,000 = 1$,

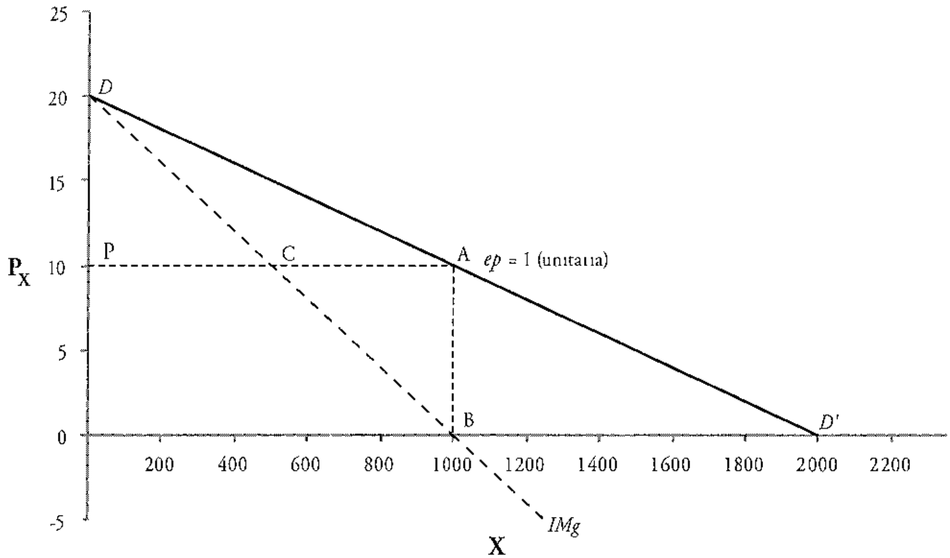
o bien,

$ep = 10 / (20 - 10) = 1$

El ingreso total para el precio, $P_x = \$10$, es $IT = \$10 * 1\ 000 = \$10\ 000$, que equivale al área OPAB de la gráfica 3.13 Este mismo ingreso equivale a la suma de los ingresos marginales que representa el área ODB:

$IT = (\text{OB} * \text{OD}) / 2 = (1\,000 * 20) / 2 = \$10\,000$

Gráfica 3.13
Demanda de mercado, elasticidad-precio de la demanda e ingreso total



3 6. La *elasticidad ingreso* es definida como el cambio proporcional en la cantidad demandada resultante de un cambio proporcional en el ingreso. Para su estimación se tendrá que utilizar la fórmula de la elasticidad-arco ingreso de la demanda puesto que los cambios no son pequeños. $e_I = (\delta X / \delta I) * [(I_A + I_B) / (X_A + X_B)]$.

$$e_I = (-200 / -2\,000) * [(10\,000 + 8\,000) / (400 + 200)] = 0.1 * 30 = 3$$

Dado que la elasticidad ingreso es mayor que la unidad, X es un bien suntuario

3 7. La *elasticidad cruzada* de la demanda de un bien X es definida como el cambio proporcional en la cantidad demandada de este bien como resultado de un cambio proporcional en el precio de otro bien Y. Para estimarla se tendrá que utilizar la elasticidad-arco cruzada de la demanda puesto que los cambios no son pequeños $e_{xy} = (\delta X / \delta P_x) * [(P_{y\text{-}B} + P_{y\text{-}C}) / (X_B + X_C)]$.

$$e_{xy} = (100 / 5) * [(20 + 25) / (200 + 300)] = 20 * 0\,09 = 1.8$$

Sección II. Ejercicios cuyas soluciones se pueden verificar en el capítulo 9

Ejercicio D.4

Dada la siguiente función de utilidad de un consumidor en un universo de dos bienes, X y Y:

$$U = X^2 Y^2$$

4.1. Defina y derive matemáticamente:
  1) La utilidad marginal de ambos bienes, UMg_x y UMg_y
  2) La tasa marginal de sustitución, $TMSxy$

4.2 Derive matemáticamente las ecuaciones de las curvas de indiferencia para los niveles de utilidad $U_1 = 1\,000\,000$ y $U_2 = 1\,210\,000$

4.3. Si los precios de los bienes X y Y son, respectivamente, $P_x = \$10$ y $P_y = \$5$, y si el ingreso monetario del consumidor es $IT = \$500$, derive matemáticamente la recta de presupuesto correspondiente

4.4. Dados esos precios e ingreso, ¿cuáles serán las cantidades demandadas de los bienes X y Y que *maximizan* la utilidad del consumidor? ¿Cuál es el nivel máximo de utilidad obtenido por el consumidor?

4.5. Al suponer que el precio del bien X disminuye a $P_x = \$5$, manteniéndose constantes el precio del bien Y, P_y, y el ingreso del consumidor, IT *a)* derive matemáticamente la nueva recta de presupuesto; *b)* calcule las nuevas cantidades demandadas de los bienes X y Y que *maximizan* la utilidad del consumidor, *c)* ¿cuál es el nuevo nivel máximo de utilidad del consumidor?

4.6 Defina los conceptos de *efecto total*, *efecto ingreso* y *efecto sustitución* y calcúlelos para este cambio de P_x.

4.7. Grafique las curvas y los resultados de los puntos 4.3., 4.4., 4.5. y 4.6.

4.8. Deduzca y grafique la curva de la demanda del consumidor respecto al bien X. Si suponemos que esta demanda es la demanda del mercado del bien X, deduzca y grafique la curva de ingreso marginal

Ejercicio D.5

Estime las elasticidades precio, ingreso y cruzada de la demanda para los bienes A y B

Tabla 3.1

	Qa	*Pa*	*Qb*	*Pb*	*I*
t_0	5.5	\$9	3.5	\$15	\$8 000
t_1	6.0	\$8	3.5	\$15	\$8 000
t_2	5.5	\$9	5.1	\$12	\$8 000
t_3	6.0	\$9	3.5	\$15	\$3 000
t_4	6.0	\$9	3.5	\$22	\$8 000
t_5	5.5	\$18	5.1	\$15	\$8 000
t_6	5.5	\$9	3.1	\$15	\$3 000

Recuerde que, para la estimación estricta de las elasticidades, *1)* es necesario que todos los valores no considerados permanezcan constantes, y *2)* cuando los cambios en los valores no son pequeños se utilizan las fórmulas de las elasticidades-arco.

A partir de los resultados obtenidos indique qué tipo de bienes son *A* y *B*

Sección III. Ejercicios no resueltos

Ejercicio D.6

Dada la siguiente función de utilidad de un consumidor en un universo de dos bienes, *X* y *Y*

$$U = XY$$

6.1. Defina conceptualmente y derive matemáticamente.
   1) La utilidad marginal de ambos bienes, UMg_x y UMg_y
   2) La tasa marginal de sustitución, *TMSxy*.

6.2 Defina el concepto de *curva de indiferencia* y derive la ecuación de las mismas para los niveles de utilidad U_1= 200, U_2= 250 y U_3= 300.

6.3 Si los precios de los bienes son P_x = \$50 y P_y = \$20, y el ingreso monetario del consumidor es IT = \$1 000, defina, derive matemáticamente y grafique la recta de

6.5. Obtenga otras dos combinaciones de X y Y que den la misma utilidad que la resultante en 6.4 , y calcule los ingresos necesarios para alcanzar tales canastas de bienes a los precios dados.

6.6. Bajo el supuesto de que el precio del bien X aumenta a $P_x = \$100$, defina, calcule matemáticamente y grafique el efecto total, el efecto ingreso y el efecto sustitución ¿Qué tipo de bien es X?

6.7 Deduzca la ecuación de la demanda del consumidor del bien X y grafíquela.

6.8. Calcule y analice las elasticidades-precio (puntual) de la demanda del consumidor para los precios del bien X, $P_x = \$50$ y $P_x = \$100$

Ejercicio D.7

Dados los bienes X y Y, que son los únicos que componen las canastas alternativas de un consumidor, y para los que éste manifiesta sus preferencias según lo indicado en la siguiente tabla.

Tabla 3.2

Situación	P_x	P_y	Q_x	Q_y	I	*Utilidad*
A	\$1	\$1	250	250	\$500	100
B	\$0.5	\$1	500	250	\$500	200
C	\$0.5	\$1	450	75	\$300	100

donde: P_x = precio del bien X
P_y = precio del bien Y
Q_x = cantidad consumida del bien X
Q_y = cantidad consumida del bien Y
I = ingreso monetario nominal

7.1. Grafique las rectas de presupuesto y los puntos de equilibrio para las tres situaciones

7.2. Cuando el precio del bien X baja de \$1 a \$0.5, y el ingreso nominal permanece constante:

1) Defina conceptualmente el efecto sustitución, el efecto ingreso y el efecto total

2) ¿Cuáles son el efecto sustitución, el efecto ingreso y el efecto total del cam-

3) ¿Cuál es la elasticidad precio del bien *X* (calculada aplicando la fórmula de elasticidad arco)? Defina la elasticidad precio de un bien

7 3 Al estar en la Situación B y si disminuye el ingreso nominal a $300·

1) ¿Cuál es el efecto de la variación en el ingreso?

2) Calcule la elasticidad ingreso del bien *X* (aplicando la fórmula de elasticidad arco) Defina la elasticidad ingreso de un bien

3) ¿Qué tipo de bien es *X*?

Capítulo 4
Teoría de la producción (P)

Sección I. Ejercicios resueltos

Ejercicio P.1

Dada la siguiente función de producción de un bien X.

$$X = 25L^{1/2}K^{1/2},$$

donde L y K son los insumos trabajo y capital empleados en el proceso productivo del bien X:

1.1 Defina conceptualmente y, para esta función de producción, derive matemáticamente
   a) La *productividad media* y *marginal* de ambos factores ¿Qué relación existe entre éstos?
   b) La *tasa marginal de sustitución técnica* de K por L. $TMgST_{KL}$
   c) La *elasticidad de sustitución* de los factores ¿Qué significado tiene su resultado?
1.2 Defina conceptualmente y, para esta función de producción, obtenga la medida correspondiente y analice el resultado de.
   a) La *intensidad de factores* de la función de producción. ¿Qué significado tiene su resultado?;
   b) Los *rendimientos a escala* de la función de producción,
   c) La *eficiencia de la producción*, ¿cómo se mide?
1.3 Defina el concepto de *isocuanta de producción*, derive su ecuación y, para esta función de producción, derive las ecuaciones de las isocuantas para los siguientes niveles de producción $X = 1\,000$, $X = 2\,000$ y $X = 3\,000$ unidades de producto.
1.4. Defina el concepto de *recta de isocosto* y derive su ecuación

1.7. Calcule y grafique la elección de la combinación óptima de los factores de la producción, y calcule los beneficios considerando que P_x = \$0.50 para los siguientes casos de maximización de los beneficios de la empresa
   a) Minimización de costos para un nivel de producción de $X = 3\,000$.
   b) Maximización de la producción sujeta a un costo de \$554.25.

1.8. Para solamente una de las isocuantas, calcule y grafique otros cuatro puntos distintos del óptimo

1.9. Defina conceptualmente y grafique el *sendero óptimo de expansión* de la producción en el largo plazo.

1.10 Deduzca las funciones de costo total, costo medio total y costo marginal de largo plazo. Calcule todos estos costos para los niveles de producción señalados en 1.3. Analice los resultados obtenidos y grafíquelos.

1.11. Al suponer que que el capital $K = 100$:
   a) Derive las funciones de costo total, costo fijo total, costo variable total, costo medio fijo, costo medio variable y costo marginal. Analice los resultados.
   b) ¿A qué periodo temporal corresponden estas funciones de costos? ¿Se corresponden los resultados con lo que indica la teoría económica?
   c) Calcule el nivel de producción y los costos totales, medios y marginales que corresponden al costo medio total mínimo.

Solución P.1.

1.1.a. El *producto medio* de un factor de producción es el volumen físico total producido por la cantidad empleada de ese factor. Hay tantos productos medios como factores se empleen en la producción.

El *producto marginal* de un factor de producción es el cambio resultante en el volumen físico de la producción como consecuencia de la última unidad empleada del factor considerado, suponiendo que el factor es perfectamente divisible y, por tanto, que esta última unidad es muy pequeña y que todos los demás factores se mantienen constantes

Derivación matemática:

$$PMeL = \frac{25L^{1/2}K^{1/2}}{L} = \frac{25K^{1/2}}{L^{1/2}} = 25L^{-1/2}K^{1/2}$$

$$PMgL = \frac{\delta X}{\delta L} = 12.5L^{-1/2}K^{1/2}$$

$$PMgK = \frac{\delta X}{\delta L} = 12.5L^{1/2}K^{-1/2}$$

$$PMgL = \frac{1}{2}\ PMeL$$

$$PMgK = \frac{1}{2}\ PMeK$$

El producto marginal de un factor es igual al producto medio de ese factor multiplicado por el exponente adherido a ese factor en la función de producción

1.1.b La tasa marginal de sustitución técnica del capital por el trabajo representa la cantidad del insumo capital, K, que puede ser sustituido, si se emplea una unidad adicional de insumo trabajo, L, tal que el volumen físico del producto total elaborado no se altere

$$TMgT_{KL} = \frac{PMgL}{PMgK} = \frac{12.5L^{-1/2}K^{1/2}}{12.5L^{1/2}K^{-1/2}} = \frac{K}{L}$$

1.1.c. La *elasticidad de sustitución de los factores* es la razón del cambio porcentual de la relación capital trabajo (K / L) y el cambio porcentual en la tasa marginal de sustitución técnica del capital por el trabajo.

$$\rho = \frac{\delta\,(K/L)\,/\,(K/L)}{\delta\,(TMgST_{KL})\,/\,(TMgST_{KL})}$$

Es una medida exacta del grado de sustituibilidad de los factores productivos, dado que es independiente de las unidades en que éstos están medidos. Para toda función del tipo Cobb-Douglas, su valor es siempre igual a 1 En este caso, es claro dado que la $TMgST_{KL} = K / L$

1.2.a. La intensidad de los factores productivos representa el tipo de técnica empleada, siendo ésta más intensiva en el factor cuyo exponente sea más alto La intensidad

Como en este caso ambos exponentes son iguales a 1/2, la intensidad es (1/2) / (1/2) = 1. Esto significa que la técnica es neutra

1 2 b. Los *rendimientos a escala* en una función de producción homogénea de tipo Cobb-Douglas se refiere a los cambios en la producción cuando todos los factores varían en la misma proporción Los rendimientos a escala son medidos por la suma de los exponentes de los factores, $v = b_1 + b_2$.

En este caso, $v = (1/2) + (1/2) = 1$, lo que denota una función homogénea de primer grado que indica rendimientos constantes a escala.

1.2.c. La *eficiencia de la producción* representa el volumen de producción que se obtiene si se utiliza una unidad de cada factor como resultado a una mejor organización productiva y administrativa de la empresa La eficiencia de la producción se mide por el parámetro b_0 de la función de producción $X = b_0\, L^{b1}\, K^{b2}$

En este caso, el parámetro de eficiencia es $b_0 = 25$

1.3 Una *isocuanta de producción* es el conjunto de combinaciones de factores productivos técnicamente eficientes que permiten obtener un mismo volumen físico de producción Su pendiente en cualquier punto es la $TMgST_{LK}$.

Para una función de producción homogénea tipo Cobb-Douglas, $X = b_0\, L^{b1}\, K^{b2}$, se puede obtener una función para todas las isocuantas que la componen despejando K.

$$K^{b2} = \frac{X}{b_0 L^{b1}}$$

$$K = (X / b_0 L^{b1})^{1/b2} = \frac{X^{1/b2}}{(b_0 L^{b1})^{1/b2}}$$

Para la función de producción, $X = 25\, L^{1/2}\, K^{1/2}$, esta ecuación es:

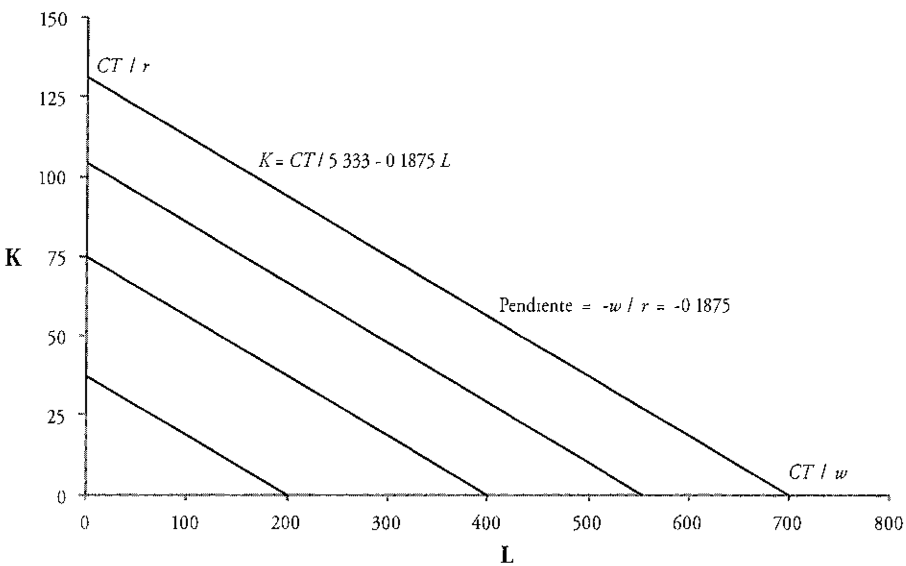
$$K = (X/25L^{1/2})^2 = \frac{X^2}{625L}$$

Y, para los niveles de producción $X = 1\,000$, $X = 2\,000$ y $X = 3\,000$, 1.4 La *recta de isocosto* representa gráficamente todas las combinaciones particulares de *insumos* que es posible adquirir, conociendo los precios de los mismos, con un nivel de gasto monetario dado. Todos sus puntos representan un mismo nivel de gasto o costo, aunque distintos niveles de producción. Su pendiente es la razón de los precios de los insumos, w / r.

La ecuación de la recta de isocosto se deriva de la ecuación de costos, $CT = (r)\,K + (w)\,L$, despejando K:

$$K = \frac{CT}{r} - \frac{w}{r}\,L$$

Gráfica 4.1
Mapa de rectas de isocosto



1.5 Si $w = \$1$ y $r = \$5.333$, la ecuación general de las rectas de isocosto es:

$$K = \frac{CT}{5.333} - \frac{1}{5.333}\,L$$

Esta ecuación representa todas las rectas de isocostos posibles para cualquier nivel

1 6. Los *beneficios*, Π, se definen como los ingresos, XP_x, menos los costos, $wL + rK$

$$\Pi = (XP_x) - (wL + rK)$$

1 7 a Cuando el nivel de producción (X) y los precios de los factores de la producción (w y r) son dados, la elección de la combinación óptima de los factores de la producción, es decir, del equilibrio de la empresa, se refiere al problema de la *maximización de los beneficios* para un nivel dado de producción (que se expresa en una sola isocuanta); maximización que se logra *minimizando el costo* (CT), lo que corresponde a la curva de isocosto más baja

Dado $X = 3\,000 = 25\,L^{1/2}K^{1/2}$, se deben *minimizar* los costos

$$CT = 5.333\,K + L$$

La elección óptima de los factores se puede obtener por los dos métodos siguientes:

Método 1

Para esta función de producción y precios de los factores, la condición de equilibrio, $TMgST_{KL} = PMgL/PMgK = w/r$, resulta en

$$TMgST_{KL} = \frac{K}{L} = \frac{w}{r} = \frac{1}{5.333} = 0.1875$$

$L = 5.333K$,
o bien,
$K = 0.1875L$

Al reemplazar esta relación en la función de producción para $X = 3\,000$, puede obtenerse la combinación óptima de los factores:

$$3\,000 = 25\,(5.333\,K)^{1/2} \quad K^{1/2} = 25\,(2.309)K = 57.735K$$

$$K = \frac{3\,000}{57\,735} = 51.96$$

$$L = 5\,333K = 5\,333\,(51\,96) = 277\,12$$

Por último, confirmamos el resultado reemplazando las cantidades de los factores

Método 2

Sabemos que el punto de equilibrio es donde se igualan las pendientes de la curva de la isocuanta que representa la tasa marginal de sustitución técnica y la recta de isocosto que refleja la razón de los precios de los factores o insumos.

Por un lado, sabemos por 1.2 que la ecuación de la isocuanta para $X = 3\,000$ es:

$$K_{x\,=\,3\,000} = 14\,400\,L^{-1}$$

La pendiente de esta isocuanta se obtiene derivándola

$$\frac{\delta K}{\delta L} = -14\,400\,L^{-2} = \frac{14\,400}{L^2}$$

Por otro lado, sabemos que la pendiente de la función de costos, $K = CT / 5.333 - 1 / 5.333\,L$, es:

$$-\frac{w}{r} = -\frac{1}{5.333} = 0.1875$$

Igualando las dos pendientes, obtenemos la elección óptima del factor trabajo:

$$-\frac{14\,400}{L^2} = -0.1875$$

$$L^2 = \frac{-14\,400}{-0.1875} = 76\,800 \qquad L = 277.12$$

Al reemplazar esta cantidad en la ecuación de la isocuanta, obtenemos la elección óptima del factor capital:

$$K = 14\,400\,L^{-1} = \frac{14\,400}{L} = \frac{14\,400}{277.12} = 51.96$$

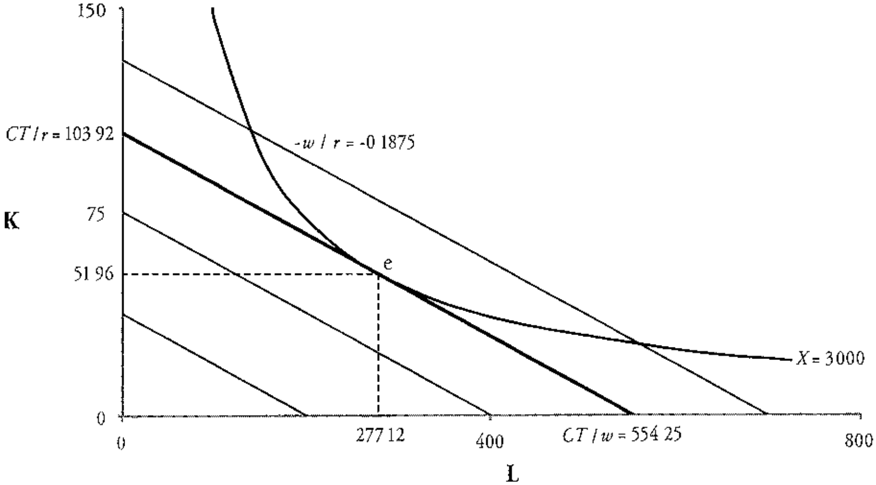
Por lo que con cualquiera de los dos métodos se obtienen los mismos resultados que minimizan los costos

Al reemplazar en la función de costos obtenemos el costo mínimo

$$CT = 51.96\,(5.333) + 277.12 = 554.25$$

Si se conocen L, K, CT y P_x, se pueden calcular los beneficios:

Gráfica 4.2
Equilibrio de la empresa en el caso de una minimización de costos para un nivel de producción de 3 000



Para los otros dos niveles de producción se puede proceder con cualquiera de los dos métodos anteriores.

Para el nivel de producción de $X = 1\,000$	Para el nivel de producción de $X = 2\,000$
$K = 17.32$	$K = 34.64$
$L = 92.38$	$L = 184.75$
$CT = 184.75$	$CT = 369.5$
$\Pi = 315.25$	$\Pi = 630.50$

1.7 b Cuando el nivel de costos (CT) y los precios de los factores de la producción (w y r) son dados, la elección de la combinación óptima de los factores de la producción, es decir, del equilibrio de la empresa, se refiere al problema de la *maximización de lo beneficios* por medio de la *maximización de la producción* (la curva de isocuanta más alta) sujeta a una restricción de costos (que se expresa en una sola recta de isocosto)

Dado $CT = 554.25 = 5.333\ K + L$, se debe *maximizar* $X = 25\ L^{1/2}\ K^{1/2}$.

Para la función de producción y precios de los factores dados, la condición de equilibrio, $TMgST_{KL} = PMgL\ /\ PMgK = w\ /\ r$, es

$L = 5.333\,K;$
o bien,
$K = 0.1875\,L$

Si se reemplaza esta relación en la ecuación de costos, puede obtenerse la elección óptima de ambos factores:

$$554.25 = 5\ 333\,K + L = 5.333\,K + 5.333\,K = 10.666\,K$$

$$K = \frac{554.25}{10.666} = 51.96$$

$$554\ 25 = 5.333\,K + L = 5.333\,(0\ 1875)\,L + L = 2\,L$$

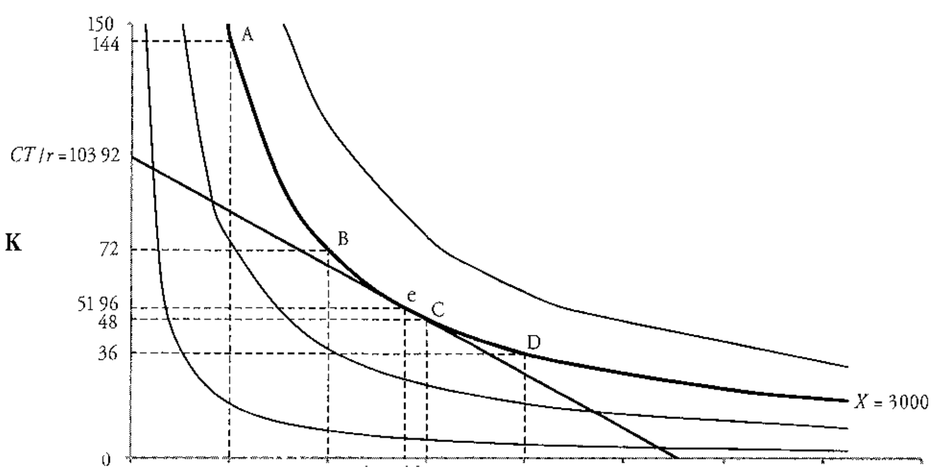
$$K = \frac{554.25}{2} = 277\ 125$$

Se sustituyen estas cantidades de K y L en la función de producción y se obtiene el producto máximo alcanzable con un nivel de gasto de 554.25

$$X = 25\,K^{1/2}\,L^{1/2} = 25\,(51.96)^{1/2}\,(277.125)^{1/2} = 3\,000$$

Los beneficios son $\Pi = (0.50 + 3\,000) - 554.25 = 945.75$

Gráfica 4.3
Equilibrio de la empresa caso maximización de producción para un costo de \$554.25



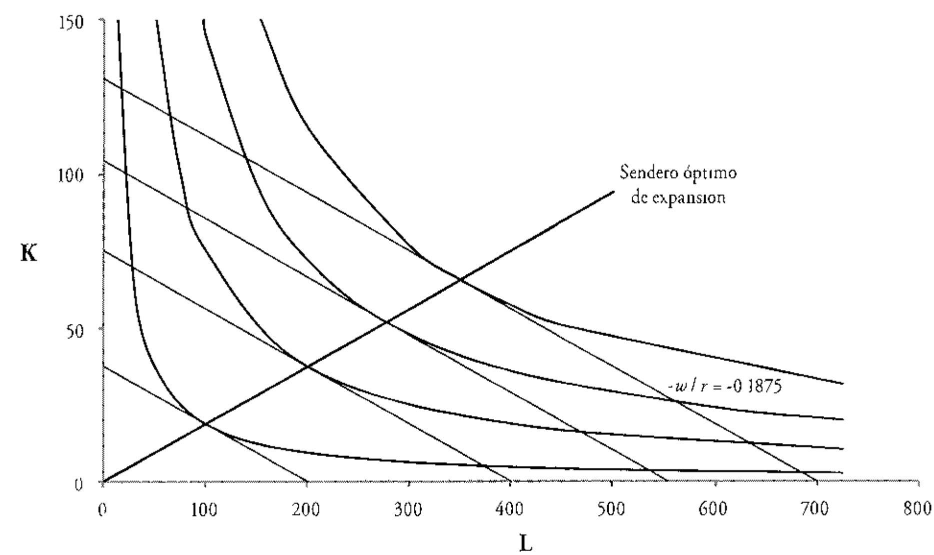
1.8 Para obtener otros puntos distintos del óptimo de la isocuanta correspondiente a $X = 3\,000$, utilizamos su ecuación derivada en 1.3., $K_{X=3\,000} = (3\,000^2 / 625\,L) = 14\,400\,L^{-1}$, dando valores arbitrarios a L

Tabla 4.1

Puntos	K	L
A	144	100
B	72	200
C	48	300
D	36	400

1.9 El *sendero óptimo de expansión* de la producción en el largo plazo es el lugar geométrico de los puntos de tangencia de las isocuantas con sucesivas líneas de isocosto paralelas a la pendiente w / r. En otras palabras, este sendero es la unión de todos los puntos que representan la elección de la combinación óptima de los factores para cualquier nivel de producción y costos, dados los precios de los insumos y la función de producción

Gráfica 4.4
Sendero óptimo de expansión



Al reemplazar la condición de equilibrio ($K = 0.1875\ L$ o $L = 5.333\ K$) en la restricción de costos, $CT = L + 5\ 333K$, se obtiene

$$CT = L + [(5.333)(0\ 1875\ L)] = 2L$$

$$L = \frac{CT}{2}$$

$$CT = 5.333K + 5.333L = 10\ 666K$$

$$K = \frac{CT}{10\ 666}$$

Si se reemplaza en la función de producción, $X = 25L^{1/2}K^{1/2}$, K y L anteriores, obtenemos la función de costo total, CT; y a partir de ésta, las funciones de costo medio total y costo marginal.

$$X = 25(CT/2)^{1/2}(CT/10\ 666)^{1/2} = 25(1/2)^{1/2}(1/10\ 666)^{1/2}CT$$

$$X = 25(0\ 306)(0\ 707)CT = 5\ 4125\ CT$$

$$\text{Costo total: } K = \frac{X}{5\ 4125} = 0\ 18475X$$

$$\text{Costo medio total: } CMeT = \frac{CT}{X} = 0\ 18475$$

$$\text{Costo marginal: } CMg = \frac{\delta CT}{\delta X} = 0\ 18475$$

Los costos reflejan una situación de largo plazo con rendimientos constantes a escala. Todos los insumos son variables. El costo medio total es constante e igual al costo marginal, por ser mínimo.

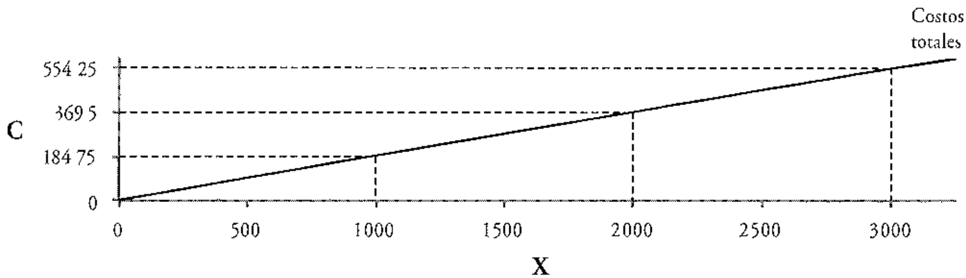
Para los niveles de producción $X = 1\,000$, $X = 2\,000$ y $X = 3\,000$, los costos totales son:

$$CT_{x=1\,000} = 0\ 18475(1\,000) = 184\ 75$$

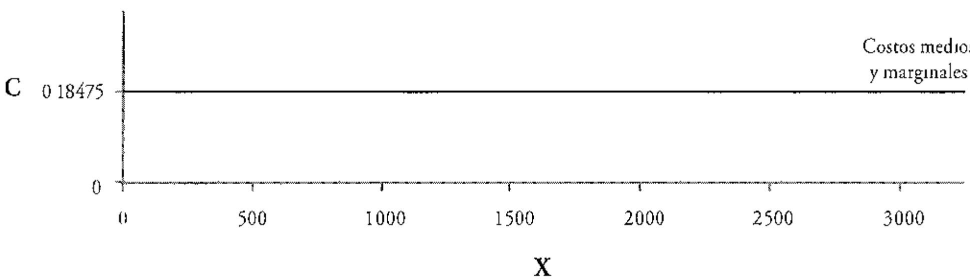
$$CT_{x=2\,000} = 0.18475(2\,000) = 369.5$$

Los costos medios totales, $CMeT$, y los costos marginales, CMg, para los tres niveles de producción son los mismos, e iguales a 0.18475.

Gráfica 4.5
Costos totales



Gráfica 4.6
Costos medios y marginales



1.11. Cuando uno de los factores es variable mientras que el otro se considera fijo o constante, el análisis corresponde a una situación de corto plazo. En este caso se considera el capital como el factor fijo e igual a 100. En primer lugar, se tiene que deducir la función de costo total en términos de la función de producción. Como en este caso la razón K/L varía a lo largo de la línea de producto, no es posible usar la condición de equilibrio derivada anteriormente.

Al reemplazar el valor del factor constante, $K = 100$, y los precios de los factores, $w = 1$ y $r = 5.333$, en la restricción de costos, $CT = w\,L + r\,K$, se obtiene.

Al reemplazar L y $K = 100$ en la función de producción, $X = 25\,L^{1/2}\,K^{1/2}$, se tiene

$$X = 25\,(CT - 533.33)^{1/2}\,(100)^{1/2} = 250\,(CT - 533.33)^{1/2}$$

$$\frac{X}{250} = (CT - 533.33)^{1/2}$$

$$\left(\frac{X}{250}\right)^2 = (CT - 533.33)$$

Costo total: $CT = 533.33 + \dfrac{X^2}{62\,500}$

Costo fijo total: $CFT = 533.33$

Costo variable total: $CVT = \dfrac{X^2}{62\,500}$

Costo medio total: $CMeT = \dfrac{533.33}{X} + \dfrac{X}{62\,500}$

Costo medio fijo: $CMeF = \dfrac{533.33}{X}$

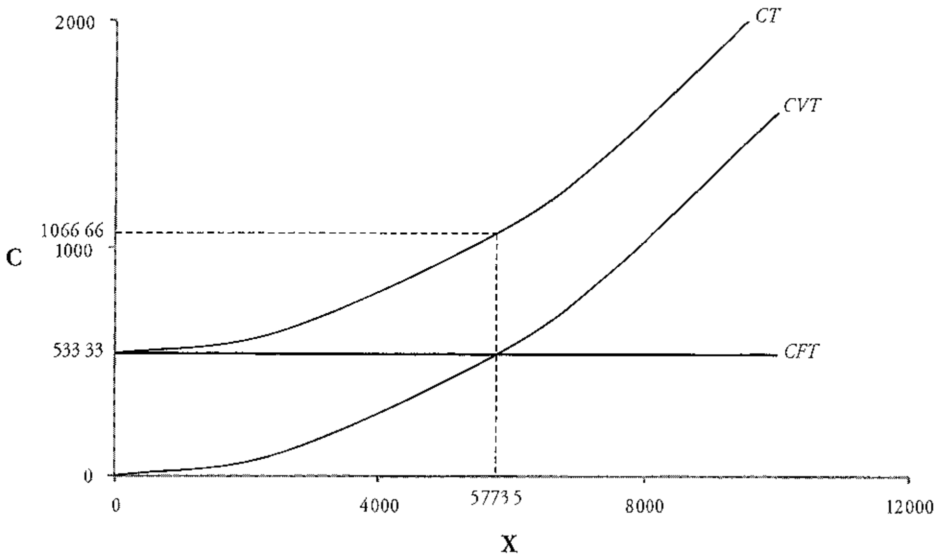
Costo medio variable: $CMeV = \dfrac{X}{62\,500}$

Costo marginal: $CMg = \dfrac{2X}{62\,500}$

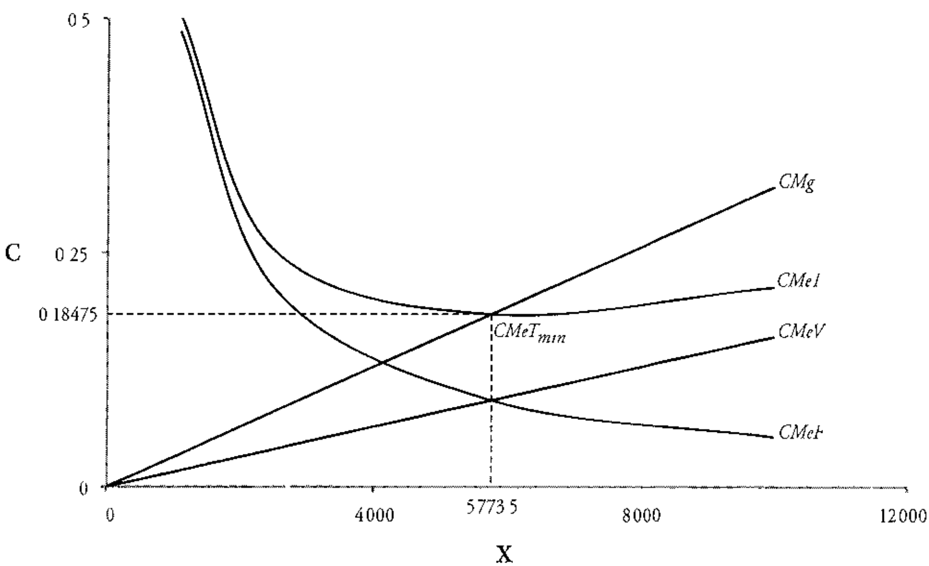
1.11 b Los CMg y $CMeV$ son crecientes, mientras que el $CMeF$ es decreciente, lo que denota las proporciones variables entre insumos y los rendimientos decrecientes a ellas asociados. La situación es de corto plazo dado que hay un factor fijo, $K_F = 100$

Los resultados se corresponden con la teoría. Los costos fijos totales y medios son decrecientes. El costo medio total decrece hasta un cierto punto por efecto de los costos fijos, a partir del cual también se torna creciente. Todos los restan-

Gráfica 4.7
Costos totales



Gráfica 4.8
Costos medios y marginales



nivel de producción que corresponde a este costo medio mínimo pueden igualarse las funciones de costo medio total y costo marginal, $CMeT = CMg$:

$$\frac{533.33}{X} + \frac{X}{62\,500} = \frac{2X}{62\,500}$$

$$2X = \frac{33\,333\,333.33}{X} + X$$

$$X = \frac{33\,333\,333\ 33}{X}$$

$$X^2 = 33\,333\,333\ 33$$

$$X = 5\,773.5$$

El costo medio que corresponde a este nivel de producción es:

$$CMeT = \frac{533\ 33}{5\,773.5} + \frac{5\,773.5}{62\,500} = 0.0923 + 0\ 0923 = 0\ 18475$$

El costo marginal que corresponde al costo medio total mínimo es:

$$CMg = \frac{2\,(5\,773\ 5)}{62\,500} = 0\ 18475$$

El costo total que corresponde al costo medio mínimo es

$$CT = 533.33 + \frac{(5\,773.5)^2}{62\,500} = 533\ 33 + \frac{33\,333\,333.33}{62\,500}$$

$$CT = 533.33 + 533.33 = 1\,066.66$$

Ejercicio P.2

Dada la siguiente función de producción de un bien X.

$$X = 1.26\,491K^{3/2}L^{1/2},$$

donde K y L son los insumos capital y trabajo empleados en el proceso productivo del bien X·

2.3. Derive la función de producto medio y producto marginal para ambos insumos.
2 4. Calcule la *tasa marginal de sustitución técnica* del trabajo por el capital, $TMgST_{LK}$, y defina qué significa conceptualmente
2.5 Determine la condición de equilibrio de la empresa en el largo plazo si el precio del trabajo es $w = 0.5$, y el del capital es $r = 1\ 5$
2 6. Derive las funciones de costo total, costo medio total y costo marginal, e interprete sus resultados.
2.7. Suponiendo que una cantidad de capital es fija e igual a 100, calcule las funciones de costo total, costo medio total y costo marginal, e interprete sus resultados

Solución P.2

2 1. Esta es una función de producción homogénea de segundo grado porque al incrementar ambos factores de la función de producción en la misma proporción φ, ésta podría ser despejada de la función, y el nuevo nivel de producción X^* puede expresarse como función de esta proporción elevada a cualquier potencia La potencia v de φ expresa el grado de homogeneidad de la función. Como en esta función v = 2, ésta es una función de segundo grado.

$$X^* = 1.26491\,(\varphi\,K)^{3/2}\,(\varphi\,L)^{1/2} = \varphi^2\,(1.26491\,K^{3/2}\,L^{1/2}) = \varphi^2\,X$$

2 2 Como la potencia v de φ es una medida de los rendimientos a escala que en una función homogénea se mide por la suma $(b_1 + b_2)$, esta función tiene rendimientos crecientes a escala, puesto que $v = 2 > 1$, esto es, al incrementarse ambos insumos en una misma proporción φ, el producto X^* aumenta más que proporcionalmente al aumento de los factores.

2.3.

$$PMeK = \frac{X}{K} = \frac{1.26491\,K^{3/2}L^{1/2}}{K} = 1.26491\,K^{1/2}L^{1/2}$$

$$PMeL = \frac{X}{L} = \frac{1\ 26491\,K^{3/2}L^{1/2}}{L} = 1.26491\,K^{3/2}L^{-1/2}$$

$$PMgK = \frac{\delta X}{\delta K} = (3/2)\,1.26491\,K^{1/2}L^{1/2} = (3/2)\,PMeK$$

2.4

$$TMgST_{LK} = \frac{PMgK}{PMgL}$$

$$TMgST_{LK} = \frac{(3/2)\,1.26491\,K^{1/2}L^{1/2}}{(1/2)\,1.26491\,K^{3/2}\,L^{-1/2}} = 3\,\frac{K^{1/2}L^{1/2}}{K^{3/2}\,L^{-1/2}}$$

$$TMgST_{LK} = 3\frac{L}{K}$$

La tasa marginal de sustitución técnica del trabajo por el capital representa la cantidad del insumo trabajo que puede ser sustituido si se emplea una unidad adicional de insumo capital, tal que el volumen físico del producto total elaborado no se altere.

2.5. La condición de equilibrio es:

$$TMgST_{LK} = \frac{PMgK}{PMgL} = \frac{r}{w}$$

$$TMgST_{LK} = 3\,\frac{L}{K} = \frac{1.5}{0.5} = 3$$

$$L = K$$

2.6 Como las funciones de costo son funciones que se deducen de las relaciones tecnológicas implícitas en la función de producción, y las funciones de costo medio total y costo marginal son funciones que se deducen de la función de costo total, en primer lugar debe obtenerse la función de costo total a partir de la función de producción

Se puede empezar por reemplazar la condición de equilibrio y los precios de los factores dados en la ecuación de costos, $CT = wL + rK$:

$$CT = 0.5L + 1.5K = 0.5L + 1.5L = 2L$$

$$L = \frac{CT}{2}$$

$$CT = 0.5\,L + 1.5\,K = 0.5\,K + 1.5\,K = 2\,K$$

Al reemplazar L y K en la función de producción, se obtiene la función de costo total·

$$X = 1.26491\,K^{3/2}L^{1/2} = 1\ 26491\,(CT/2)^{3/2}(CT/2)^{1/2}$$
$$X = 1\ 26491\,(CT/2)^{2}$$

Costo total: $CT = 2\,(X/1\ 26491)^{1/2}$

Las funciones de costo medio total y costo marginal pueden derivarse de la función de costo total

$$\text{Costo medio total}\quad CMeT = \frac{CT}{X} = \frac{2\,(X/1.26491)^{1/2}}{X}$$

$$CMeT = 2\,(1/1.26491)^{1/2}X^{1/2} = 1\ 778\,X^{-1/2}$$

$$\text{Costo marginal:}\quad CMg = \frac{\delta CT}{\delta X} = (1/1\ 26491)^{1/2}X^{-1/2} = 0\ 889\,X^{-1/2}$$

El costo total es creciente, pero tanto el costo medio total como el costo marginal son decrecientes, lo cual denota los rendimientos crecientes o costos decrecientes a escala. Es una situación de largo plazo dado que todos los insumos son variables

2 7 Como uno de los factores es fijo, $K_F = 100$, es una situación de corto plazo Se reemplaza $K = 100$ y los precios de los factores dados en la ecuación de costos, $CT = wL + rK$

$$CT = 0.5\,L + 1\ 5\,(100) = 0\ 5\,L + 150$$

$$L = \frac{CT - 150}{0.5} = 2CT - 300$$

Al reemplazar este resultado y si $K = 100$ en la función de producción, se obtiene la función de costos totales:

$$X = 1.26491\,(100)^{3/2}\,(2CT - 300)^{1/2} = 1\,264\ 91\ (2CT - 300)^{1/2}$$

$$(X/1\,264\ 91)^{2} = 2CT - 300$$

$$CT = \frac{(X/1\,264\ 91)^{2} + 300}{2} = \frac{X^{2}}{2\,(1\,600\,000)} + 150$$

Las funciones de costo medio total, *CMeT*, y costo marginal, *CMg*, se deducen de la función de costo total

$$CMeT = \frac{CT}{3\,200\,000} + \frac{150}{X}$$

$$CMg = \frac{\delta CT}{\delta X} = \frac{2X}{3\,200\,000} = \frac{X}{1\,600\,000}$$

Todos los costos son crecientes porque son la expresión de los rendimientos decrecientes de una función de producción en el que el volumen de uno de los factores es constante Como uno de los factores es fijo, es una situación de corto plazo.

Ejercicio P.3

Dada la siguiente función de producción del bien X.

$$X = 0.0126491\, L^{1/2} K^{3/2},$$

donde L y K son los factores de producción empleados en el proceso productivo del bien X:

Parte I. Producción

3.1. Defina los conceptos de *función de producción*, *método de producción* e *isocuanta* ¿Qué tipo de función de producción es ésta?

3 2. Defina qué son los *rendimientos a escala.* ¿Qué rendimientos a escala representa esta función?

3 3 Defina el concepto de *producto marginal de un factor* Derive la función de producto medio y producto marginal para ambos factores correspondientes a esta función de producción.

3.4. Defina el concepto de *tasa marginal de sustitución técnica* de los factores K y L, $TMgST_{KL}$, y calcúlela para esta función de producción

3 5 Defina el concepto de *recta de isocosto* y derive su ecuación

3 6. Para esta función de producción.

a) Derive la ecuación de las isocuantas para todos los niveles de producción.

3 7. Si los precios de los factores, trabajo y capital, son, respectivamente, $w = 5$ y $r = 15$, derive matemáticamente y grafique la función de la recta de isocosto.

3 8 Determine matemáticamente el equilibrio o la solución de la elección de la combinación óptima de los factores de la producción de la empresa, señalando sus supuestos en los casos de minimización de costos y maximización de la producción

3 9 Para un nivel de producción $X = 200$, $w = 5$ y $r = 15$, obtenga y grafique la solución óptima de los factores de la empresa.

Parte II Costos

3.10. Defina los conceptos de *costo total*, *costo variable*, *costo fijo*, *costo medio total*, *costo medio variable*, *costo medio fijo* y *costo marginal*, expresando la forma de sus curvas y sus relaciones.

3.11 Si se supone una cantidad del factor fijo $K = 100$, derive las funciones de todos los costos mencionados en el punto anterior.

3.12 Calcule el costo medio total mínimo y la cantidad del bien X que le corresponde Para esta misma cantidad calcule el costo marginal y el costo medio variable.

3 13 Calcule los costos medios totales, costos marginales y costos medios variables para las siguientes cantidades: $X = 0$, 50, 100, 150, 200, 250 y 300

3 14. Con base en los cálculos de las dos preguntas anteriores, grafique las curvas de los costos medios variables, costos medios totales y costos marginales

Parte III Mercado de competencia perfecta

3 15. Suponiendo que la empresa se encuentra en un mercado perfectamente competitivo y que el precio del bien X es $P_x = \$15.625$, defina y calcule los beneficios de la empresa.

3.16. Defina los conceptos de *demanda* ($Q^D{}_x$) y de *oferta* ($Q^O{}_x$) de la empresa para el caso de corto plazo y señálelas en la gráfica de la pregunta 3.14.

Solución P.3

Parte I Producción

3.1 La *función de producción* es una relación puramente técnica que relaciona insumos factoriales y volúmenes de producción, describe las leyes de la transformación de insumos factoriales en productos en un determinado periodo; representa la tecno-

Un *método de producción* es una combinación de insumos de factores requeridos para la producción de una unidad de producto.

Una *isocuanta* representa el conjunto de todas las combinaciones posibles de los factores dados que son suficientes para obtener una cantidad determinada de producción Geométricamente, una isocuanta es una línea que reúne en sí (es el lugar geométrico) todos los métodos técnicamente eficientes (o todas las combinaciones de los factores de producción) para producir un determinado nivel de producto.

Ésta es una función tipo Cobb-Douglas

3 2. Los *rendimientos a escala*, v, son los cambios en la producción en el largo plazo que resultan cuando todos los factores varían en la misma proporción Dado que esta función es del tipo $X = b_0 L^{b1} K^{b2}$, en la que el factor $v = b_1 + b_2 = 1/2 + 3/2 = 2 > 1$, ésta representa rendimientos crecientes a escala; esto es, al incrementarse ambos insumos en una proporción φ, el producto X aumenta φ^2.

3.3. El *producto marginal de un factor* se define como el cambio en el volumen de producción resultante de un cambio (muy pequeño) de ese factor, manteniendo constantes los restantes

$$PMeK = \frac{X}{K} = 0.0126491\, L^{-1/2} K^{3/2}$$

$$PMeK = \frac{X}{K} = 0.0126491\, L^{1/2} K^{1/2}$$

$$PMgL = \frac{\delta X}{\delta L} = (1/2)\ 1\ 26491\, L^{-1/2} K^{3/2} = (1/2)\, PMeL$$

$$PMgK = \frac{\delta X}{\delta K} = (3/2)\ 1.26491\, L^{1/2} K^{1/2} = (3/2)\, PMeK$$

3.4. La *tasa marginal de sustitución técnica* representa la medida del grado de sustituibilidad de los factores, esto es, la tasa marginal de sustitución del capital por el trabajo representa la cantidad del insumo capital que puede ser sustituido si se emplea una unidad adicional de insumo trabajo tal que el volumen físico del producto total elaborado no se altere.

$$TMgST_{LK} = \frac{(1/2)K}{(3/2)L} = 0\ 333\ \frac{K}{L}$$

3 5 La *recta de isocosto* mide todas las combinaciones posibles de factores que se pueden obtener dados un costo y los precios de los factores:

$$CT = w\,L + r\,K$$

$$K = \frac{CT}{r} - \frac{w}{r}\,L$$

3.6.a. La ecuación de las isocuantas para todos los niveles de producción se obtiene despejando K de la función de producción dada, $X = 0\ 0126491\ L^{1/2}\ K^{3/2}$:

$$K^{3/2} = \frac{X}{0.0126491L^{1/2}}$$

$$K = \left(\frac{X}{0\ 0126491L^{1/2}}\right)^{2/3} = \frac{X^{2/3}}{0.05428L^{1/2}}$$

$$K = 18\ 42\ \frac{X^{2/3}}{L^{1/3}} = 18.42X^{2/3}L^{-1/3}$$

3.6.b. Para X = 100, la ecuación es:

$$K_{x=100} = 18.4201\,(100)^{2/3}\,L^{-1/3} = (18\ 4201)\,(21.544)\,L^{-1/3} = 396.85\,L^{-1/3}$$

Para $X = 200$, la ecuación es

$$K_{x=200} = 18.4201\,(200)^{2/3}\,L^{-1/3} = (18.4201)\,(34\ 199)\,L^{-1/3} = 629.96\,L^{-1/3}$$

Para X = 300, la ecuación es:

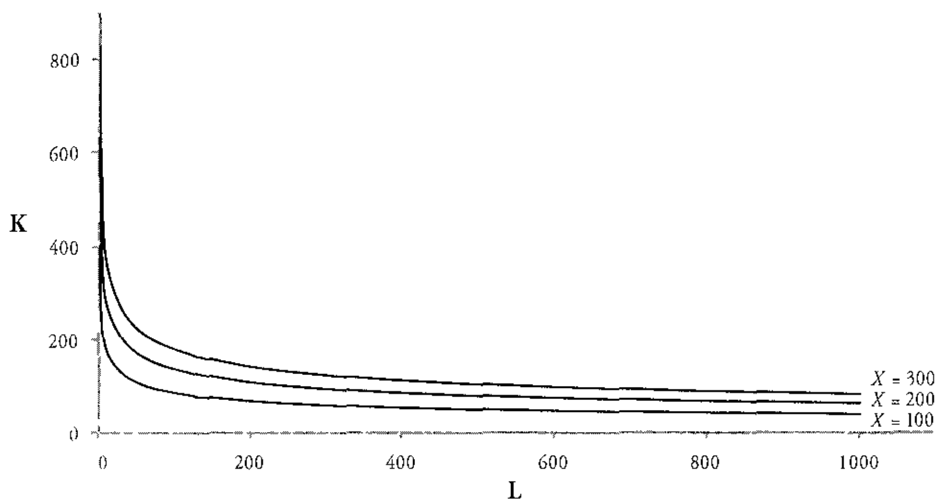
$$K_{x=300} = 18.4201\,(300)^{2/3}\,L^{-1/3} = (18\ 4201)\,(41.814)\,L^{-1/3} = 825.48\,L^{-1/3}$$

Para graficar las isocuantas correspondientes tomaremos los siguientes valores de L:

Tabla 4.1
Isocuantas (niveles de producción: X = 100, 200 y 300)

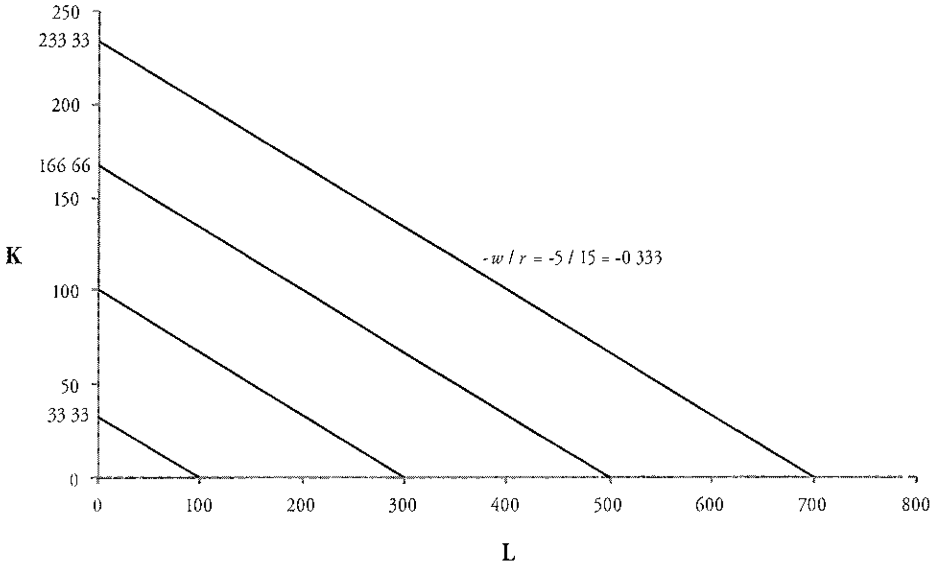
L	$K_{X=100}$	$K_{X=200}$	$K_{X=300}$
1	396 85	629 96	825 48
6	198 42	314 98	412 74
27	132 28	209 98	275 16
64	99.21	157 49	206 37
125	79 37	125 99	165 09
125 74	79 21	125 74	164.77
216	66 14	104 99	137 58
343	56 69	89 99	117 92
512	49.60	78.74	103 18
729	44 09	69 99	91 72
1 000	39 68	62 99	82 54

Gráfica 4.9
Isocuantas (niveles de X = 100, 200 y 300)



3.7. Para los precios de los factores, $w = 5$ y $r = 15$, la función de la recta de isocosto es.

Gráfica 4.10
Mapa de rectas de isocosto



3.8. La condición de equilibrio o solución de la elección de la combinación óptima de los factores de la producción de la empresa es·

$$TMgST_{KL} = \frac{PMgL}{PMgK} = \frac{w}{r}$$

$$TMgST_{KL} = 0\ 333\frac{K}{L} = \frac{5}{15}$$

$$K = L$$

Los supuestos en el caso de minimización de costos son w, r, P_x y X; en el caso de maximización de la producción, son w, r, P_x y CT

3 9. Para obtener el equilibrio o la solución de la combinación óptima de los factores de la empresa se reemplaza la condición de equilibrio, $K = L$, en la función de producción para $X = 200$

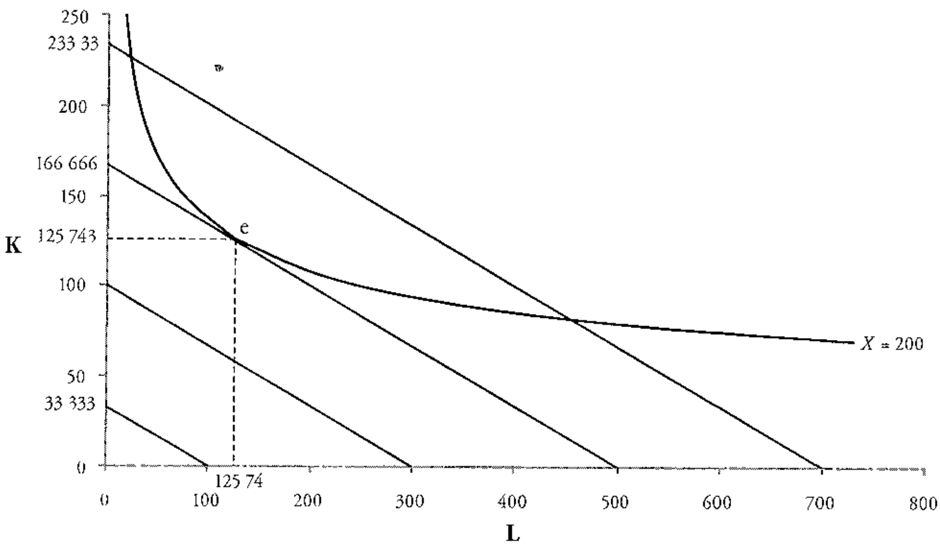
$$200 = 0\ 0126491\ K^{1/2}\ K^{3/2}$$

Y, por la condición de equilibrio: $L = 125\ 743$

Se confirma el resultado reemplazando las cantidades de los factores en la función de producción original

$$200 = 0\ 0126491\ (125.743)^{1/2}\ (125.743)^{3/2} = 0\ 0126491\ (125.743)^{2}$$

Gráfica 4.11
Equilibrio de la empresa



Parte II Costos

3 10 *CT* el *costo total* es la suma del costo variable total más el costo fijo total, cuya curva tiene la forma de *S* invertida.

CFT el *costo fijo total* representa aquellos costos que son independientes del nivel de producción, cuya curva está representada por una recta paralela al eje de la producción.

CVT. el *costo variable total* representa aquellos costos que varían cuando se altera el volumen de la producción. Éstos son costos crecientes que tienen la forma de *S* invertida

CMeV: el *costo medio variable* mide el costo variable por unidad de producción; en general, su curva tiene la forma de U.

CMeF: el *costo medio fijo* mide el costo fijo por unidad de producción, cuya curva tiene la forma de una hipérbola equilátera convexa al origen.

CMg: el *costo marginal* se define como el cambio en el costo total resultante de un cambio unitario en la producción. Su curva también tiene la forma de U.

Las formas de las curvas del costo variable total, costo medio total y costo medio variable es un reflejo de la ley de las proporciones variables o ley de los rendimientos eventualmente decrecientes del (los) factor(es) de la producción.

La curva de costo marginal cruza en su punto mínimo tanto a la curva de costo medio variable como a la curva de costo medio total.

3.11 Dados $K = 100$, $w = 5$ y $r = 15$, la derivación de las funciones de costos se obtiene de la siguiente manera:

Primero, reemplazando $w = 5$, $r = 15$ y $K = 100$ en la ecuación de costos, se obtiene

$$CT = 5L + 15(100) = 5L + 1\,500$$
$$L = CT/5 - 1\,500/5 = 0.2\,CT - 300$$

Segundo, reemplazando L y K en la función de producción, se obtienen la función de costo total y, a partir de esta última, las demás funciones de costos

$$X = 0.0126491\,(0.2\,CT - 300)^{1/2}\,(100)^{3/2}$$
$$X = 0.0126491\,(0.2\,CT - 300)^{1/2}\,(1\,000)$$
$$X = 12.6491\,(0.2\,CT - 300)^{1/2}$$
$$X/12.6491 = (0.2\,CT - 300)^{1/2}$$
$$(X/12.6491)^2 = (0.2\,CT - 300)$$
$$0.00625\,X^2 = 0.2\,CT - 300$$
$$0.00625\,X^2 + 300 = 0.2\,CT$$

Costo total $= CT = 1\,500 + 0.03125\,X^2$

Costo fijo total $= CFT = 1\,500$

Costo medio fijo = $CMeF = 1\,500 / X$
Costo medio variable = $CMeV = 0\ 03125X$
Costo marginal = $CMg = 0\ 0625X$

3 12 Como, de acuerdo con la teoría de costos tradicional, la curva de costo marginal corta a la curva de costo medio total en su punto mínimo, es posible derivar la cantidad del bien X que le corresponde, igualando ambas funciones, $CMeT = CMg$ Esto es:

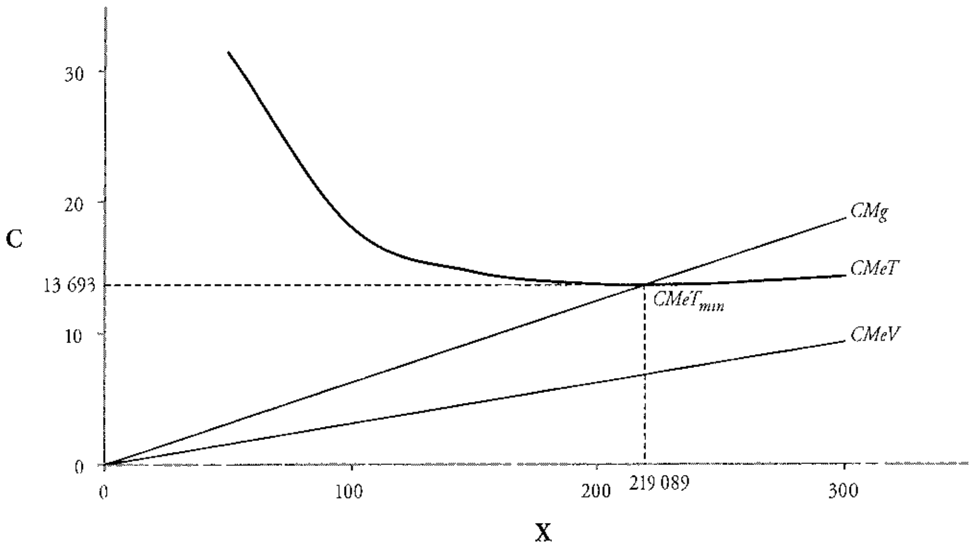
$$0\ 03125\,X + 1\,500 / X = 0.0625\,X$$
$$1\,500 / X = 0.03125\,X$$
$$1\,500 = 0.03125\,X^2$$
$$X^2 = 1\,500 / 0.03125 = 48\,000$$
$$X = 219\ 089$$

$$CMeT = 0.03125X + 1\,500 / X$$
$$CMeT\,(\text{mínimo}) = 0.03125\,(219\ 089) + 1\,500 / (219.089) = 13.693$$
$$CMeV = 0.03125\,(219\ 089) = 6\ 846$$
$$CMg = 0\ 0625\,(219\ 089) = 13.693$$

3.13. Tabla 4.2: costos medios y marginales

X	$CMeV$	$CMeT$	CMg
0	0	∞	0
50	1.5625	31 5625	3 125
100	3 1250	18 1250	6 250
150	4 6875	14 6875	9 375
200	6 2500	13 7500	12 500
219.089	6 8465	13 6930	13 693
250	7 8125	13 8125	15 625
300	9 3750	14 3750	18 750

Gráfica 4.12
Costos medios y marginales



Parte III. Mercado de competencia perfecta

3 15. De acuerdo con la teoría de la competencia perfecta, la condición de equilibrio de la empresa se refiere a que el costo marginal sea igual al ingreso marginal, que a su vez es igual al precio, esto es, $CMg = IMg = P_x$

De aquí que, al igualar la función del costo marginal con el precio de mercado, se obtiene la cantidad que la empresa vendería e ese precio:

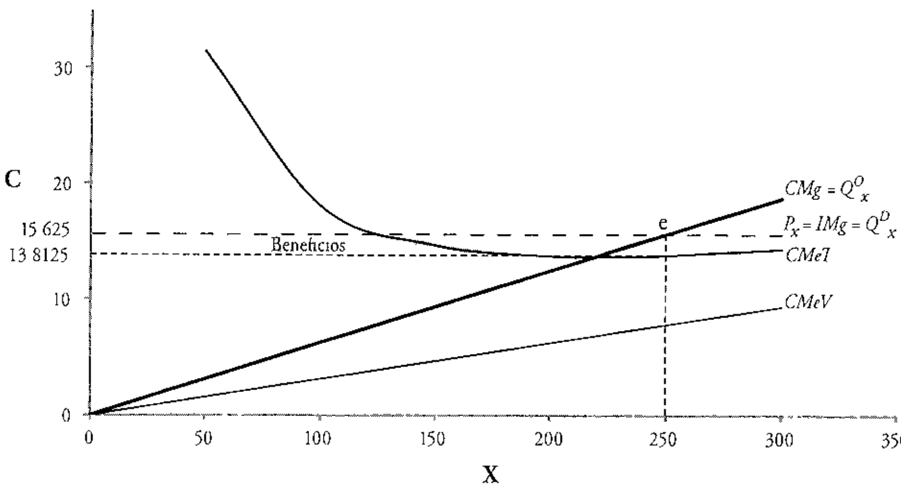
$0\ 0625X = \$15.625$
$X = 250$

Para obtener los beneficios, se calcula, primero, el costo medio que corresponde a la cantidad anterior

$CMeT = 0.03125X + 1\,500 / X$
$CMeT = 0.03125\,(250) + 1\,500 / 250$
$CMeT = 7\ 8125 + 6 = 13\ 8125$

$B = [(15\ 625)\ (250)] - [(13.8125)\ (250)]$
$B = 3\,906\ 25 - 3\,453.125 = 453.125$

Gráfica 4.13
Equilibrio de la empresa: *Cmg = IMg= Px*



3.16 En un mercado perfectamente competitivo, la curva de la demanda (Q^D_x) mide la relación entre el precio y la cantidad de producción de la empresa Como en este mercado las empresas son tomadoras de precios, su curva de la demanda es perfectamente elástica y es igual tanto al precio de mercado (P_x) como al ingreso marginal (*IMg*).

La curva de la oferta (Q^O_x) es la curva de costo marginal (*CMg*) a la derecha del punto en que ésta cruza a la curva de costo medio variable (punto 0, en este caso) Éste representa el punto de cierre de las actividades de la empresa; puesto a un precio menor a este costo, la empresa no cubriría sus costos variables.

Sección II. Ejercicios cuyas soluciones se pueden verificar en el capítulo 9

Ejercicio P.4

donde K y L son los insumos capital y trabajo empleados en el proceso productivo de la mercancía X.

4.1 ¿Qué tipo de función de producción es ésta? ¿Por qué?
4.2 ¿Qué rendimientos a escala representa? ¿Por qué?
4.3. Derive la función de producto medio y producto marginal para ambos insumos. ¿Qué relación es posible establecer entre ambos?
4.4 Calcule la tasa marginal de sustitución técnica del capital por el trabajo, $TMgST_{KL}$, y defina qué significa conceptualmente.
4.5. Determine la condición de equilibrio de la empresa en el largo plazo si el precio del trabajo es $w = 1$, y el del capital, $r = 3$.
4.6 Derive las funciones de costo total, costo medio total y costo marginal, e interprete sus resultados.
4.7. Al suponer una cantidad de capital fija e igual a 100, calcule las funciones de costo total, costo fijo total, costo variable total, costo medio total, costo medio fijo, costo medio variable y costo marginal, e interprete sus resultados.

Ejercicio P.5

Dada la siguiente función de producción del bien X

$$X = 10K^{3/4}L^{1/2},$$

donde K y L son los insumos capital y trabajo empleados en el proceso productivo del bien X.

5.1. Defina y derive el *producto medio* y el *producto marginal* de ambos factores, expresando además los últimos en términos de los primeros
5.2. Defina y derive la relación técnica de sustitución del capital por el trabajo, $TMgST_{KL}$.
5.3 ¿Qué rendimientos a escala tiene la función de producción?
5.4. *a)* Derive la ecuación de las isocuantas que corresponde a esta función de producción.
b) Derive las ecuaciones de las isocuantas para los niveles de producción $X = 100$, $X = 200$ y $X = 300$, y grafíquelas
5.5 Defina la curva de isocosto y, para los precios de los factores $w = 1.5$ y $r = 1$, derive su función y grafíquela para diferentes niveles de costo
5.6 Para los niveles de producción $X = 100$, $X = 200$ y $X = 300$ y los precios de los

b) Calcule los niveles de costos totales correspondientes.
c) Grafique sus resultados, señalando el sendero óptimo de expansión.

5.7. Obtenga las funciones de costos totales, costos medios totales y costos marginales Analice los resultados.

5 8 Para los siguientes niveles de producción· $X = 0$, $X = 100$, $X = 200$ y $X = 300$, calcule los costos totales, costos medios totales y costos marginales.

5.9. Suponiendo una situación de corto plazo en la que el $K_F = 6\ 3095$, calcule las cantidades del factor trabajo que se requerirían para los niveles de producción $X = 100$, $X = 200$ y $X = 300$. Grafique sus resultados

5.10. Para la situación anterior en la que $K_F = 6.3095$, derive las funciones de costo total, costo fijo total, costo variable total, costo medio total, costo medio fijo, costo medio variable y costo marginal.

Sección III. Ejercicios no resueltos

Ejercicio P.6

Dada la siguiente función de producción de un bien X:

$$X = 10K^{3/4}L^{1/4},$$

donde K y L son los insumos capital y trabajo empleados en el proceso productivo del bien X:

6.1. Defina conceptualmente y derive matemáticamente:
a) La productividad media y marginal de ambos factores. ¿Qué relación existe entre los mismos
b) La tasa marginal de sustitución técnica del capital por el trabajo
c) La elasticidad de sustitución de los factores ¿Qué significado tiene su resultado?
d) La intensidad de los factores de la función de producción. ¿Qué significado tiene su resultado?
e) Los rendimientos a escala de la función de producción

6 2 Defina el concepto de *isocuanta de producción* y derive la ecuación de las mismas para los niveles de producción de $X_1 = 1\,000$, $X_2 = 2\,000$ y $X_3 = 3\,000$ unidades de producto.

6.3. Defina el concepto de *recta de isocosto*.

6.5. Derive matemáticamente y grafique la recta de isocosto y el punto de equilibrio para los tres casos.
6.6. Para solamente una de las isocuantas calcule y grafique otros cuatro puntos distintos del óptimo
6.7 Defina conceptualmente y grafique la *recta de expansión del empresario*
6.8 Obtenga las funciones de costo total, costo medio total y costo marginal de largo plazo. Analice los resultados obtenidos.
6.9 Suponga el capital $K = 100$ y derive las funciones de costo total, costo fijo total, costo variable total, costo medio fijo, costo medio variable y costo marginal. Analice los resultados. ¿Qué periodo temporal corresponde a estas funciones de costos? ¿Se corresponden los resultados con lo que indica la teoría económica?

Ejercicio P.7

Dada la siguiente función de producción de un bien X

$$X = 10\,LK^{1/2},$$

donde K y L son los insumos capital y trabajo empleados en el proceso productivo del bien X.

7.1 ¿Es ésta una función homogénea? ¿Por qué?

A) Defina conceptualmente y derive matemáticamente

7.2. La productividad media y marginal de ambos factores. ¿Qué relación existe entre éstas?
7.3 La tasa marginal de sustitución LK.
7.4 La elasticidad de sustitución de los factores (demuestre cómo se obtiene su valor)
7.5. La intensidad de los factores de la función de producción.
7.6 Los rendimientos a escala de la función de producción
7.7 Defina el concepto de *isocuanta de producción* y derive la ecuación de las unidades de producto para los niveles de producción de $X_1 = 5\,000$, $X_2 = 10\,000$ y $X_3 = 15\,000$

B) Si los precios de los factores, trabajo y capital, son, respectivamente, $w = 20$ y $r = 10$:

7.9. Calcule, para ese mismo nivel de gasto, la cantidad óptima de insumos empleados y la cantidad producida del bien X.
7.10. Calcule la cantidad óptima de insumos empleados y el costo de producción si se desea producir $X_2 = 10\,000$.
7.11. Para esa misma isocuanta calcule y grafique otros dos puntos distintos del óptimo y determine su costo.
7.12. Defina conceptualmente y grafique la *recta de expansión del empresario*

Ejercicio P.8

Dada la siguiente función de producción de un bien X:

$$X = 20\,L^{1/4}K^{1/4},$$

donde K y L son los insumos capital y trabajo empleados en el proceso productivo del bien X.

8.1. ¿Es ésta una función homogénea? ¿Por qué?

A) Defina conceptualmente y derive matemáticamente:

8.2. La productividad media y marginal de ambos factores. ¿Qué relación existe entre éstas?
8.3. La tasa marginal de sustitución LK.
8.4. La elasticidad de sustitución de los factores (demuestre cómo se obtiene su valor).
8.5. La intensidad de los factores de la función de producción
8.6. Los rendimientos a escala de la función de producción.

B) Si los precios de los insumos, trabajo y capital, son, respectivamente, $w = 3$ y $r = 2$:

8.7. Defina, derive matemáticamente y grafique la *recta de isocosto* para un gasto total de \$1 200.
8.8. Calcule, para ese mismo nivel de gasto, la cantidad óptima de insumos empleados y la cantidad producida del bien X.
8.9. Defina el concepto de *isocuanta de producción* y derive su ecuación para el nivel de producción óptimo del bien X obtenido en 8.8.
8.10. Calcule y grafique otros dos puntos distintos del óptimo sobre la isocuanta ante-

Capítulo 5
Teoría tradicional de costos (C)

Sección I. Ejercicios resueltos

Ejercicio C.1

Dada la siguiente función de costo total:

$$CT = 1\,000 + 100X^2 + X^3,$$

donde CT es el costo total, y X la cantidad producida:

1.1. ¿Con qué plazo puede asociarse esta función de costo total? Fundamente su respuesta.
1.2. Defina y derive las funciones de *costo fijo total* (CFT), *costo variable total* (CVT), *costo medio total* ($CMeT$), *costo medio variable* ($CMeV$), *costo medio fijo* ($CMeF$), y *costo marginal* (CMg)
1.3 Calcule, para todas las funciones antes señaladas, los valores que éstas adoptan para las cantidades discretas producidas entre $X = 1$ y $X = 20$
1.4 Exponga las regularidades señaladas por la teoría de los costos entre los distintos tipos de funciones de costos y analícelas en el ejercicio realizado
1.5. De acuerdo con los valores obtenidos en el punto 1.3., grafique, en un primer diagrama, la funciones de costo total, costo fijo total y costo variable total, y, en un segundo diagrama, las funciones de costo medio total, costo medio fijo, costo medio variable y costo marginal; localice e indique todos los puntos correspondientes a las regularidades expuestas en el punto anterior

Solución C.1

1.1 Dado que esta función de costos tiene una constante (1000) que indica que los

12. El *costo total*, CT, es la suma del costo variable total, CVT, más el costo fijo total, CFT, cuya curva tiene la forma de S invertida.

El *costo fijo total*, CFT, representa aquellos costos que son independientes del nivel de producción, cuya curva está representada por una recta paralela al eje de la producción.

El *costo variable total*, CVT, representa aquellos costos que varían cuando se altera el volumen de la producción, éstos son costos crecientes que tienen la forma de S invertida

El *costo medio total*, $CMeT$, mide el costo total por unidad de producción, su curva tiene la forma de U: al principio desciende debido a los costos fijos decrecientes, pero después aumenta debido a los costos variables crecientes.

El *costo medio variable*, $CMeV$, mide el costo variable por unidad de producción, en general, su curva tiene la forma de U.

El *costo medio fijo*, $CMeF$, mide el costo fijo por unidad de producción, cuya curva tiene la forma de una hipérbola equilátera convexa al origen

El *costo marginal*, CMg, se define como el cambio en el costo total resultante de un cambio unitario en la producción; su curva también tiene la forma de U

Para la función de costo total, $CT = 1\,000 + 100X - 10X^2 + X^3$

$$CFT = 1\,000$$

$$CVT = 100X - 10X^2 + X^3$$

$$CMeT = \frac{CT}{X} = \frac{1\,000}{X} = 100 - 10X + X^2$$

$$CMeV = \frac{CVT}{X} = 100 - 10X + X^2$$

$$CMeF = \frac{CFT}{X} = \frac{1\,000}{X} = 1\,000X^{-1}$$

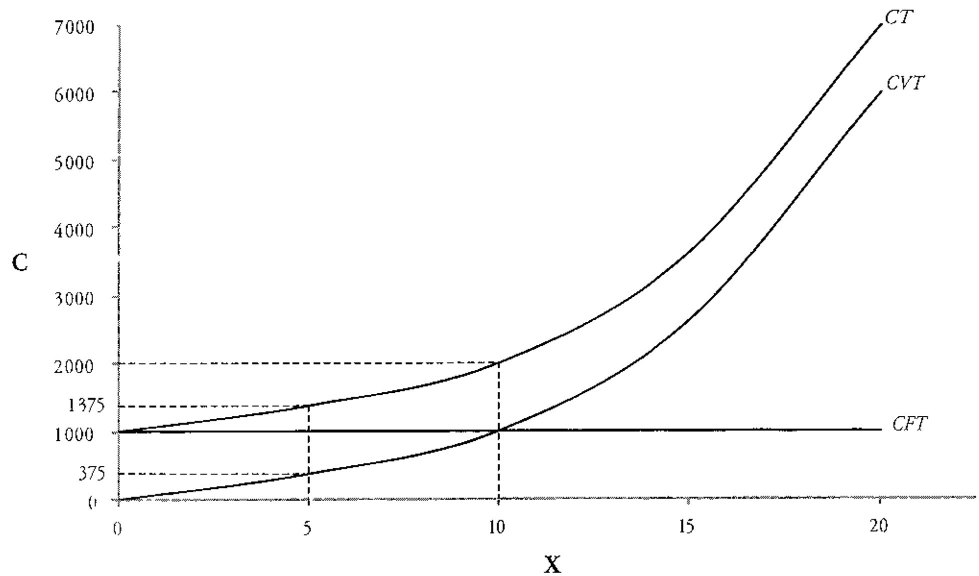
1.3. Tabla 5.1. Costos totales, medios y marginales

X	*CT*	*CFT*	*CVT*	*CMeT*	*CMeV*	*CMeF*	*CMg*
0	1000	1000	0	∞	100	∞	100
1	1091	1000	91	1091	91	1000	83
2	1168	1000	168	584	84	500	72
3	1237	1000	237	412 33	79	333.33	67
4	1304	1000	304	326	76	250	68
5	1375	1000	375	275	75	200	75
6	1456	1000	456	242 66	76	166 66	88
7	1553	1000	553	221.85	79	142 85	107
8	1672	1000	672	209	84	125	132
9	1819	1000	819	201 11	91	111.11	163
10	2000	1000	1000	200	100	100	200
11	2221	1000	1221	201.90	111	90 90	243
12	2488	1000	1488	207 33	124	83 33	292
13	2807	1000	1807	215 92	139	76.92	347
14	3184	1000	2184	227 43	156	71 43	408
15	3625	1000	2625	241.66	175	66 66	475
16	4136	1000	3136	258 50	196	62 50	548
17	4723	1000	3723	277 82	219	58 82	627
18	5392	1000	4392	299.55	244	55 55	712
19	6149	1000	5149	323 63	271	52 63	803
20	7000	1000	6000	350	300	50	900

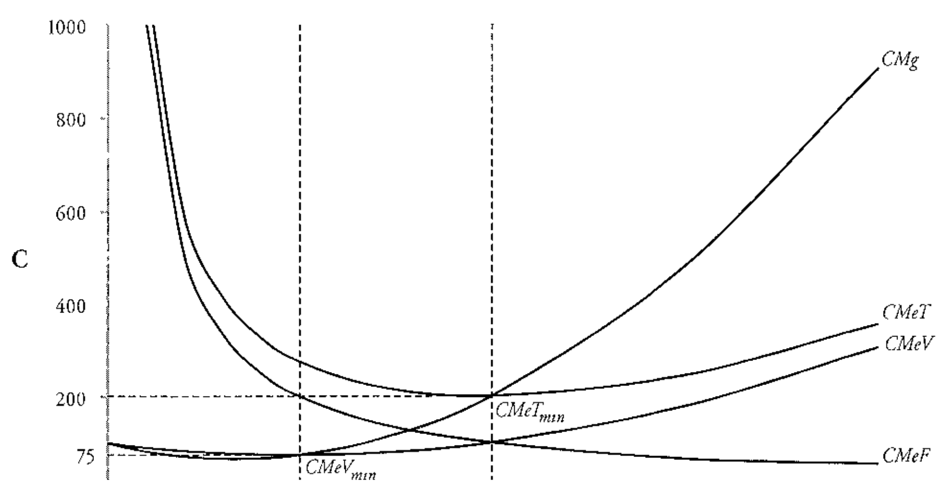
1 4. Los resultados se corresponden con lo señalado por la teoría. Los costos totales son siempre crecientes por su componente variable Los costos medio total, medio variable y marginal tienen forma de U, es decir, decrecen al principio para luego incrementarse debido a las proporciones variables en el uso de los insumos, lo que

15

Gráfica 5.1
Costos totales



Gráfica 5.2
Costos medios y marginales



Ejercicio C.2

Dada la función de costo:

$$CT = \left(\frac{9}{4}\right)X^3 - \left(\frac{675}{2}\right)X^2 + 18\,675X,$$

donde CT es el costo total, y X es la cantidad producida de toneladas de acero:

2.1 Derive la función de costo medio total, $CMeT$, y costo marginal, CMg.
2.2 ¿Cuál es la cantidad producida que corresponde al costo marginal mínimo?
2.3 ¿Cuál es el costo marginal mínimo?
2.4 ¿Cuál es el costo total que corresponde al costo marginal mínimo?
2.5. ¿Cuál es la cantidad producida que corresponde al costo medio total mínimo?
2.6 ¿Cuál es el costo medio total mínimo?
2.7 ¿Cuál es el costo total que corresponde al costo medio total mínimo?
2.8 ¿Cuál es el costo marginal que corresponde a la producción del costo medio total mínimo? ¿Qué relación confirma este resultado?
2.9 Sobre dos diagramas grafique la función de costo total en el primero y las funciones de costo marginal y costo medio total en el segundo; localice e indique todos los puntos correspondientes a las respuestas anteriores
2.10. ¿Con qué plazo temporal puede asociarse la función de costo total aquí analizada? Fundamente su respuesta

Solución C.2

2.1. Las funciones de costo medio total y costo marginal son

$$CMeT = \left(\frac{C}{X}\right) = \left(\frac{9}{4}\right)X^2 - \left(\frac{675}{2}\right)X + 18\,675X$$

$$CMg = \left(\frac{\delta C}{\delta X}\right) = \left(\frac{27}{4}\right)X^2 - 675X + 18\,675$$

2.2 Como el costo marginal mínimo corresponde al punto más bajo de su curva en el que la pendiente es igual a cero, la cantidad producida que a este costo corresponde se puede obtener derivando su función con respecto a X e igualándola a cero.

$$\frac{\delta CMg}{\delta X} = \frac{\delta\,[(27/4)X^2 - 675X + 18\,675]}{\delta X} = 0$$

$$(27/2)X - 675 = 0$$
$$X = 50$$

2.3. Al reemplazar $X = 50$ en la función de costo marginal, se obtiene el costo marginal mínimo:

$$CMg = [(27/4)(50)^2] - [675(50)] + 18\,675 = 1\,800$$

2.4. Se reemplaza $X = 50$ en la función de costo total para obtener el costo total que corresponde al costo marginal mínimo.

$$CT = [(9/4)(50)^3] - [(675/2)(50)^2] + [18\,675(50)]$$
$$CT = 371\,250$$

2.5 Como el costo medio mínimo corresponde al punto más bajo de su curva en el que la pendiente es igual a 0, la cantidad producida que a este costo corresponde se puede obtener derivando su función con respecto a X e igualándola a cero

$$\frac{\delta CMeT}{\delta X} = \frac{\delta[(9/4)X^2 - (675/2)X + 18\,675]}{\delta X} = 0$$

$$(9/2)X - 337.5 = 0$$
$$X = 75$$

$$\frac{\delta CMeT^2}{\delta X^2} = 4.5 > 0$$

2.6. Se reemplaza $X = 75$ en la función de costo medio total, para obtener el costo medio mínimo

$$CMeT = [(9/4)(75)^2] - [(675/2)(75)] + 18\,675 = 6\,018.75$$

2.7 Al sustituir $X = 75$ en la función de costo total, se obtiene el costo total que corresponde al costo medio mínimo

$$CT = [(9/4)(75)^3] - [(675/2)(75)^2] + [18\,675(75)] = 451\,406.25$$

Esto mismo resulta multiplicando el costo medio mínimo por la cantidad producida correspondiente:

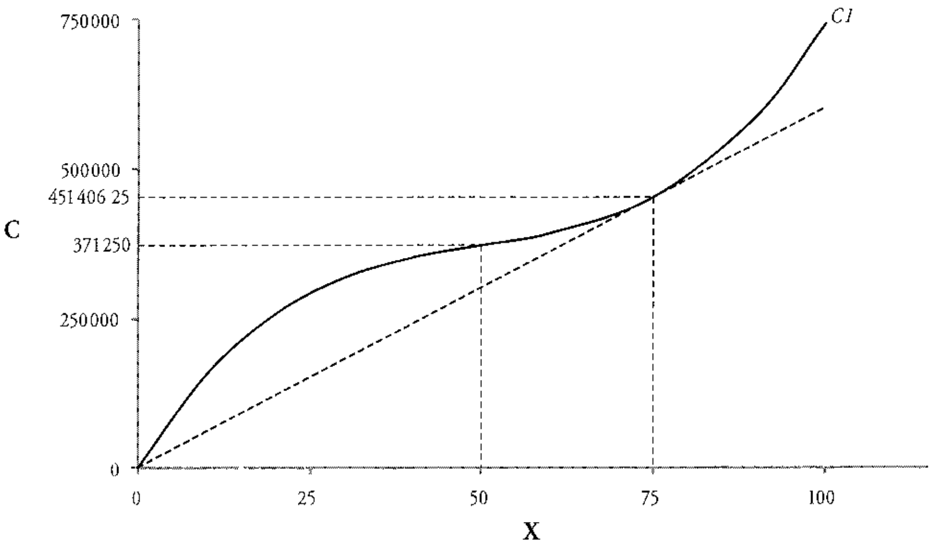
$$CT = CMeT * X = 6\,018.75\ (75) = 451\,406.25$$

2.8. Al reemplazar $X = 75$ en la función de costo marginal, se obtiene el costo marginal

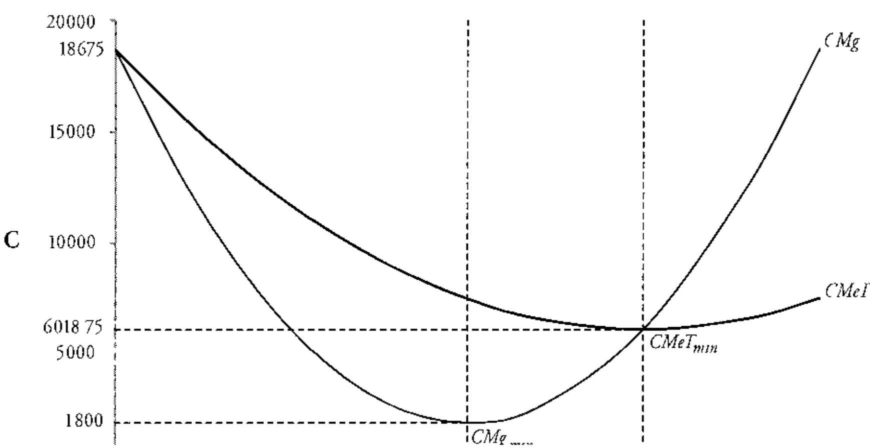
Como se puede observar el costo medio mínimo (véase respuesta 2 6) y el costo marginal son iguales y corresponden a un nivel de producción de 75 Lo que confirma que las curvas de costo marginal cruza a la curva del costo medio en su punto mínimo.

2.9

Gráfica 5.3
Costos totales



Gráfica 5.4
Costos medios y marginales



2 10 Dado que no existe ningún tipo de costo fijo en esta función, ésta corresponde a un periodo de largo plazo. Como en el largo plazo todos los insumos son variables, todos los costos son igualmente variables.

Sección II. Ejercicios cuyas soluciones se pueden verificar en el capítulo 9

Ejercicio C.3

Dada la siguiente función de costo

$$CT = 1\,000 + 250X - 5X^2 + 0.5X^3,$$

donde CT es el costo total y X la cantidad producida

3.1. Derive las funciones de costo medio total, costo medio variable, costo medio fijo y costo marginal
3.2. Calcule, para todas las funciones antes señaladas, los valores que éstas adoptan para las cantidades discretas producidas entre $X = 1$ y $X = 15$. Además, obtenga las cantidades que corresponden a los costos medios totales, costos medios variables y costos marginales mínimos.
3 3. En un par de ejes cartesianos, grafique las curvas de todos los costos.
3 4 Exponga las regularidades señaladas por la teoría de los costos, entre los distintos tipos de funciones de costos, y analícelas en el ejercicio realizado.

Ejercicio C.4

De la siguiente tabla de costos.

X	*CFT*	*CVT*	*CT*	*CMeF*	*CMeV*	*CMeT*	*CMg*
0	60	0					
1	60	30					
2	60	40					
3	60	45					
4	60	50					
5	60	60					
6	60	75					

4 1 Calcule los costos totales, *CT*, y grafíquelos junto con los costos fijos totales, *CFT*, y costos variables totales, *CVT*.

4 2 Calcule y grafique los costos medios fijos, *CMeF*, los costos medios variables, *CMeV*, los costos medios totales, *CMeT*, y los costos marginales, *CMg*

4 3 Exponga las regularidades entre los distintos tipos de funciones de costos señaladas por la teoría y analícelas en el ejemplo anterior

Sección III. Ejercicios no resueltos

Ejercicio C.5

Dada la siguiente función de costo total

$$CT = 2\,000 + 440X - 35X^2 + X^3,$$

donde *CT* es el costo total, y *X* la cantidad producida:

5.1. Derive las funciones de costo medio total, costo medio variable, costo medio fijo y costo marginal

5.2. Calcule las cantidades producidas que correspondan al costo medio variable mínimo y al costo marginal mínimo; derive la ecuación para el costo medio total mínimo

5.3 Calcule todos los costos (*CT, CFT, CVT, CMeT, CMeF, CMeV* y *CMg*) que corresponden a las tres cantidades producidas calculadas en 5 2 En un par de ejes cartesianos, grafique sus resultados

5 4 Exponga las regularidades señaladas por la teoría de costos entre los distintos tipos de funciones de costos y analícelas en el ejercicio realizado.

Capítulo 6
Teoría del mercado de competencia perfecta (CP)

Sección I. Ejercicios resueltos

Ejercicio CP.1

Dada la siguiente función de costo total de una empresa que opera en un mercado perfectamente competitivo:

$$CT = 1\,000 + 100X - 10X^2 + X^3,$$

dada la siguiente función de oferta de la industria

$$Q^O{}_x = 280 + 30\,P_x,$$

y si se presentan tres periodos de corto plazo en los que las funciones de la demanda de la industria para cada periodo son:

$$Q^{D1}{}_x = 8\,280 - 10\,P_{x1}$$
$$Q^{D2}{}_x = 4\,560 - 10\,P_{x2}$$
$$Q^{D3}{}_x = 3\,000 - 10\,P_{x3}$$

sin alterarse los costos de la empresa considerada, ni la oferta de la industria, en los periodos mencionados:

1.1 ¿Cuáles son los precios y cantidades de equilibrio de la industria en los tres periodos?

1.2. ¿Cuáles serán las cantidades producidas y los beneficios de la empresa en tales periodos? Grafique sus resultados.

Solución CP.1

1.1. Dado que la función de oferta y las funciones de demanda de la industria competitiva tienen como variable independiente el precio, y como variable dependiente la cantidad producida o demandada por la industria, los precios de equilibrio se obtienen igualando las funciones de oferta con las de las demandas de la industria:

$$Q^O{}_x = Q^D{}_x$$

En el periodo 1: $280 + 30\ P_{x1} = 8280 - 10\ P_{x1}$

$$8\,000 = 40\ P_{x1} \qquad\qquad P_{x1} = 200$$

En el periodo 2. $280 + 30\ \mathrm{P}_{x2} = 4\,560 - 10\ \mathrm{P}_{x2}$

$$4\,280 = 40\ P_{x2} \qquad\qquad P_{x2} = 107$$

En el periodo 3: $280 + 30\ \mathrm{P}_{x3} = 3\,000 - 10\ \mathrm{P}_{x3}$

$$2\,720 = 40\ P_{x3} \qquad\qquad P_{x3} = 68$$

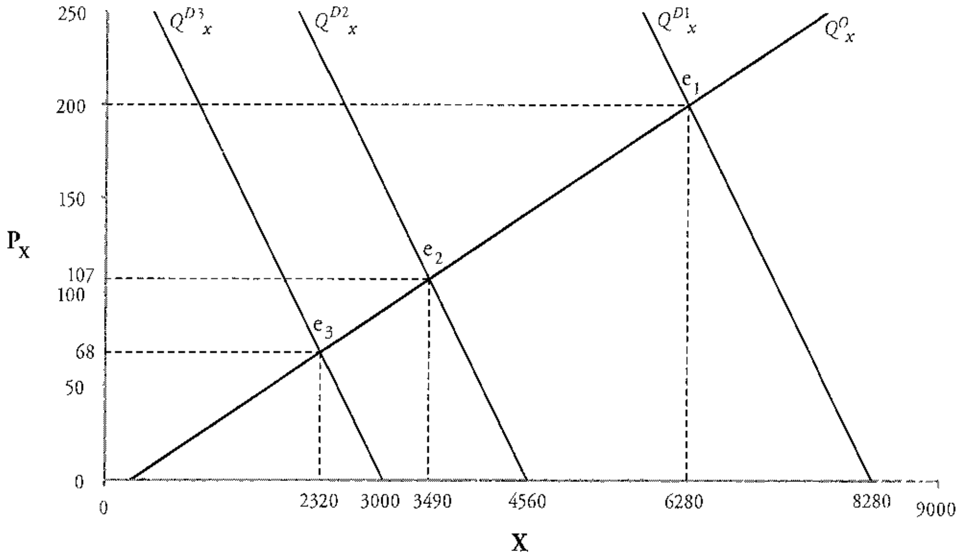
Las cantidades de equilibrio se obtienen reemplazando los precios en las funciones de oferta o en las de demanda correspondientes.

Para $P_{x1} = 200$ $\quad Q^O{}_x = 280 + [30\ (200)] = 6\,280$
o bien, $\quad Q^{D1}{}_x = 8\,280 - [10\ (200)] = 6\,280$

Para $P_{x2} = 107$: $\quad Q^O{}_x = 280 + [30\ (107)] = 3\,490$
o bien, $\quad Q^{D2}{}_x = 280 + [30\ (107)] = 3\,490$

Para $P_{x3} = 68$ $\quad Q^O{}_x = 280 + [30\ (68)] = 2\,320$
o bien, $\quad Q^{D3}{}_x = 280 + [30\ (68)] = 2\,320$

Gráfica 6.1
Oferta y demanda de la industria



1.2. Conocidos el precio de equilibrio de la industria en cada uno de los periodos y debido a que todas las empresas que integran una estructura de mercado perfectamente competitiva son tomadoras de precios (porque su participación en el mercado es muy pequeña), la empresa calcula la cantidad que ofrecerá en cada uno de los periodos igualando su costo marginal con el precio de mercado respectivo (precio que para ella representa el ingreso marginal, debido a que enfrenta una curva de demanda infinitamente elástica u horizontal)

$$CMg = P_x$$

Para $P_{x1} = 200$: $\quad CMg = 100 - 20\,X + 3\,X^2 = 200$

$$3\,X^2 - 20\,X - 100 = 0$$

Al aplicar la fórmula general para la resolución de un polinomio de segundo grado, se obtiene.

$$X_1 = 10$$

Si se siguen los pasos anteriores, se obtienen las cantidades respectivas en los otros periodos:

Por otro lado, dada la siguiente ecuación de beneficios,

B = ingreso total – costo total, esto es,

$B = (P_x X) - (1\,000 + 100X - 10X^2 + X^3)$,

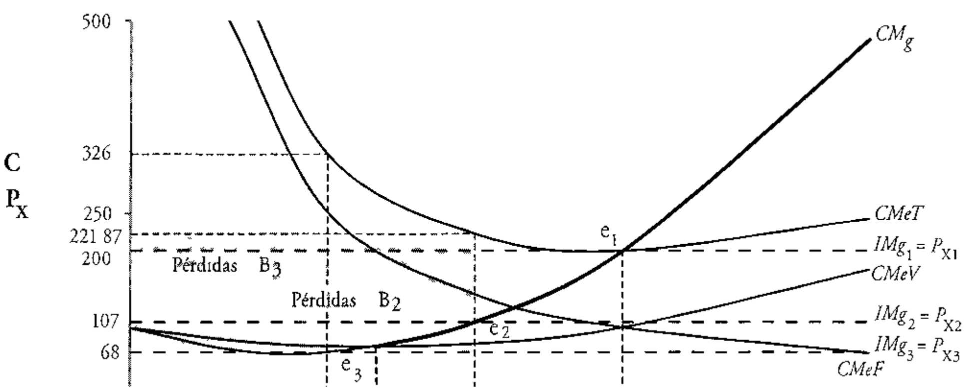
los beneficios respectivos a cada periodo se obtienen reemplazando las cantidades y los precios correspondientes a cada periodo en esta ecuación:

En el periodo 1: $CT_1 = 1\,000 + [100\,(10)] - [10\,(10)^2] + (10)^3$
$CT_1 = 1\,000 + 1\,000 - 1\,000 + 1\,000 = 2\,000$
$IT_1 = P_{x1}\,(X_1) = 200\,(10) = 2\,000$
$B_1 = 2\,000 - 2\,000 = 0$

En el periodo 2: $CT_2 = 1\,000 + [100\,(7)] - [10\,(7)^2] + (7)^3$
$CT_2 = 1\,000 + 700 - 490 + 343 = 1\,553$
$IT_2 = 107\,(7) = 749$
$B_2 = 749 - 1\,553 = -804$

En el periodo 3: $CT_3 = 1\,000 + [100\,(4)] - [10\,(4)^2] + (4)^3$
$CT_3 = 1\,000 + 400 - 160 + 64 = 1\,304$
$IT_3 = 68\,(4) = 272$
$B_3 = 272 - 1\,304 = -1\,032$

Gráfica 6.2
Equilibrio de la empresa en competencia perfecta



1.3. Para los dos primeros periodos es conveniente para la empresa operar en el corto plazo dado que, aun sin obtener beneficios excedentes, sus pérdidas, o bien son nulas, como en el primer periodo, o bien son menores que los costos fijos que representan el costo de oportunidad alternativo de cerrar la planta, como en el segundo periodo. O, dicho de otra manera, en ambos casos el precio de mercado es mayor que el *punto de cierre de actividades*, que es el punto en el que la empresa cubre sus costos variables: $CMeV = 100 - 10X + X^2 < P_x$

En el periodo 1. $CMeV_1 = 100 - 10(10) + (10)^2 = 100 < P_{x1} = 200$

En el periodo 2: $CMeV_2 = 100 - 10(7) + (7)^2 = 79 < P_{x2} = 107$

En el último periodo, la empresa deberá cerrar, por lo que la cantidad producida en él será nula dado que las pérdidas por operar que resultarían de cerrar la planta son mayores que los costos fijos. O, dicho de otra manera, los costos medios variables son mayores que el precio

En el periodo 3 $CMeV_3 = 100 - 10(4) + (4)^2 = 156 > P_{x3}$

1.4. La situación del periodo 1 podría corresponder con el equilibrio de largo plazo, puesto que, en el largo plazo, para un modelo de competencia perfecta, todas las empresas obtienen sólo beneficios normales, y por lo tanto no pueden existir pérdidas ni ganancias excedentes

Ejercicio CP.2

Si las funciones de la oferta y la demanda de una industria que opera en condiciones de competencia perfecta son, respectivamente,

$$Q^D_x = 20\,000 - 0.2\,P_x$$

$$Q^O_x = 500\,P_x - 30\,020,$$

y se analizan sólo tres empresas dentro del conjunto de las que operan en esta industria competitiva, cuyas funciones de costo total son, respectivamente,

$$CT_1 = 225 + 35\,X_1 - X_1^2 + X_1^3$$

$$CT_2 = 1\,000 + 200\,X_2 - 20\,X_2^2 + X_2^3$$

responda las siguientes preguntas

2.1. ¿Cuál es el precio y la cantidad de equilibrio de la industria considerada?
2.2. ¿Cuáles son las cantidades producidas y los beneficios obtenidos por cada una de las tres empresas?
2.3. ¿Es o no conveniente para las empresas operar en estas condiciones en el corto plazo? Grafique los resultados obtenidos para cada una de las empresas señalando la curva de la oferta respectiva
2.4. ¿Podría alguna de las situaciones de las empresas corresponder con el equilibrio de largo plazo? Fundamente sus respuestas

Solución CP.2

2.1. La cantidad de equilibrio de la industria es aquella que iguala la oferta y la demanda de mercado, $Q^D{}_x = Q^O{}_x$:

$$20\,000 - 0.2\ P_x = 500\ P_x - 30\,000$$
$$P_x = 100$$

Al sustituir P_x en $Q^D{}_x$ o $Q^O{}_x$ se obtiene:

$$X = 19\,980$$

2.2. Como las empresas individuales son tomadoras de precios, la cantidad a producir por cada una de las empresas en el nivel de precios determinado por el mercado se obtiene por la condición de equilibrio general, $CMg = P_x$

Para la empresa 1: $CMg_1 = P_x$, esto es, $35 - 2\,X_1 + 3X_1^2 = 100$

$$X_1 = 5$$

Para la empresa 2. $CMg_2 = P_x$, esto es, $200 - 40X_2 + 3X_2^2 = 100$

$$X_2 = 10$$

Para la empresa 3: $CMg_3 = P_x$, esto es, $475 - 70X_3 + 3X_3^2 = 100$

$$X_3 = 15$$

Beneficios (B): al ser la ecuación de beneficios $B = IT - CT$ (ingresos totales menos

$$B_1 = IT_1 - CT_1 = (100 * 5) - [225 + (35 * 5) - 5^2 + 5^3] = 0$$

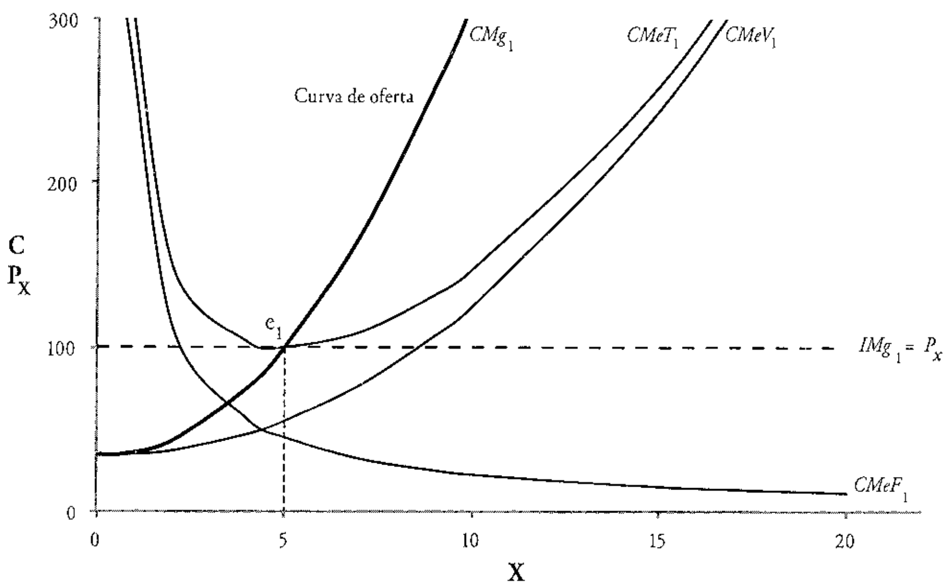
$$B_2 = IT_2 - CT_2 = (100 * 10) - [1\,000 + (200 * 10) - (20 * 10^2) + (10^3)]$$
$$B_2 = -1\,000$$

$$B_3 = IT_3 - CT_3 = (100 * 15) - [200 + (475 * 15) - (35 * 15^2) + 15^3]$$
$$B_3 = -1\,325$$

2.3. Al precio $P_x = 100$, la situación y condición de equilibrio de cada una de las empresas es el siguiente

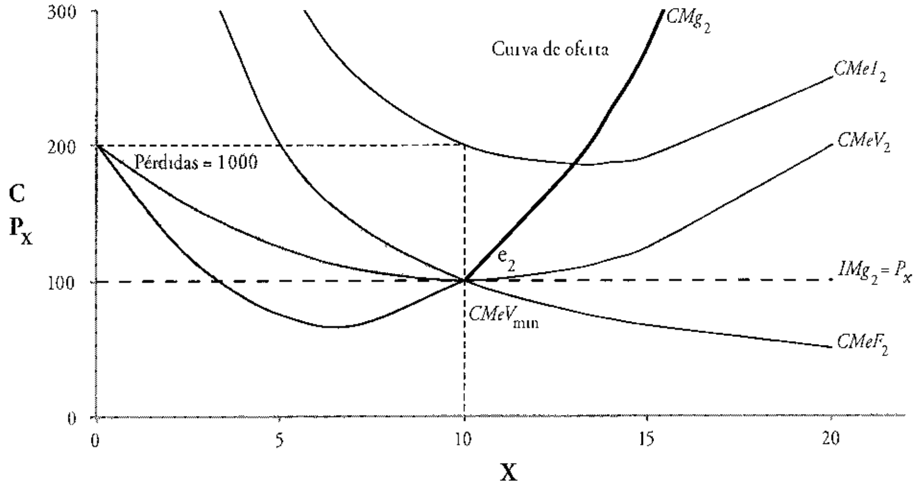
La empresa 1 produce 5 unidades de producto, obteniendo sólo beneficios normales, es decir, beneficios excedentes = 0, por lo que es conveniente que siga operando en el corto plazo

Gráfica 6.3
Equilibrio de la empresa 1



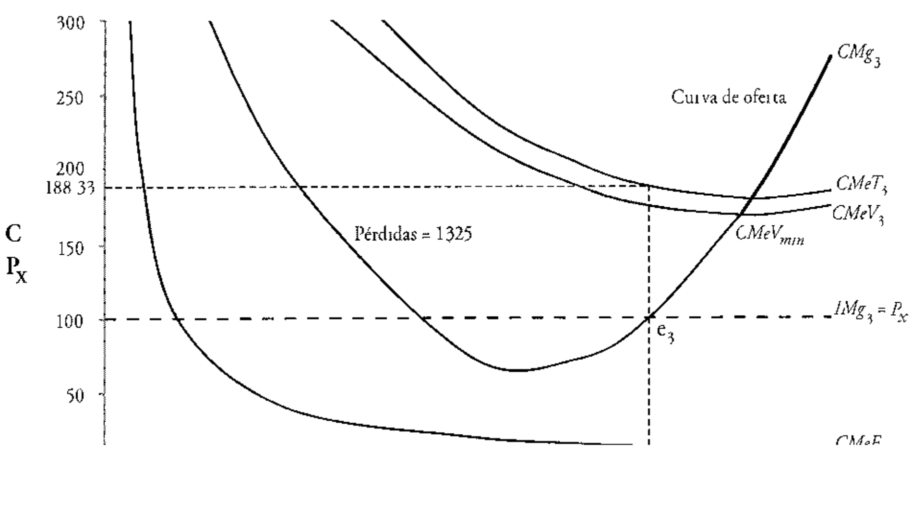
La empresa 2 produce 10 unidades de producto, y tiene pérdidas iguales a 1000 Como estas pérdidas le permiten cubrir exactamente sus costos variables, es decir, $CMeV_2 = 200 - (20 * 10) + 10^2 = 100 = P_x$, la empresa seguirá produciendo. Sin

Gráfica 6.4
Equilibrio de la empresa 2



La empresa 3 produce 15 unidades de producto y obtiene pérdidas iguales a 1 325. Debido a que las pérdidas de la empresa son superiores a sus costos fijos totales: 1 325 > 200 (lo que significa que sus costos medios variables son mayores que el precio de mercado: $CMeV_3 = 475 - 35 * 15 + 15^2 = 175 > 100$), para este nivel de producción, esta empresa tendrá que cerrar y dejar de operar aun en el corto plazo

Gráfica 6.5
Equilibrio de la empresa 3



2.4. La situación de la empresa 1 podría corresponder con el equilibrio de largo plazo, puesto que, para un modelo de competencia perfecta de largo plazo, las empresas obtienen sólo beneficios normales, es decir, no pueden tener pérdidas ni obtener ganancias extraordinarias ($B = 0$)

Ejercicio CP.3

(Deducción de la curva de oferta del largo plazo de la industria)

Caso 1:

1) Industria de costos constantes: los precios de los factores se mantienen constantes.

2) Empresa con una función de costos de largo plazo

Dada la siguiente función de costos totales de largo plazo de una empresa que opera en un mercado de competencia perfecta·

$$CT = 1\,500\,X - 60\,X^2 + X^3,$$

donde CT es el costo total y X la cantidad producida

3.1. Deduzca las funciones de costo medio total y costo marginal.
3.2. Calcule tanto las cantidades producidas como los costos que corresponden a *a)* el costo medio total mínimo y *b)* el costo marginal mínimo
3 3 En un diagrama grafique las curvas de costo medio total y costo marginal.

Situación I

Al partir de una situación inicial de equilibrio en la que las funciones de la demanda y la oferta de la industria son las siguientes

$$Q^{D1}{}_x = 13\,000 - 10\,P_x$$
$$Q^{O1}{}_x = 1\,000 + 10\,P_x$$

3.I.1. ¿Cuáles son el precio y la cantidad de equilibrio de la industria?
3.I.2. ¿Cuáles son la cantidad producida y los beneficios de la empresa?

Situación II

Al suponer que, debido a que la sociedad incrementa su ingreso o bien porque la población crece, la demanda de mercado del bien *X* se desplaza de manera tal que su nueva ecuación es la siguiente:

$$Q^{D2} = 15\,640 - 10\,P_x$$

3.II.1. ¿Cuáles son el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria?
3.II.2 ¿Cuáles son la nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa?
3.II.3 En los dos diagramas de la Situación I grafique los nuevos equilibrios de la empresa y de la industria.

Situación III

Como hay nuevas empresas atraídas a la industria debido a que, en la situación anterior, la(s) empresa(s) obtiene(n) beneficios excedentes, la curva de la oferta de mercado se desplaza de tal forma que su nueva ecuación es la siguiente

$$Q^{O2}{}_x = 3\,640 + 10\,P_x$$

3.III.1 ¿Cuáles son el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria?
3.III.2 ¿Cuáles son la nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa?
3.III.3. En los dos diagramas de la situación anterior grafique los nuevos equilibrios de la empresa y de la industria.

Situación IV

Si se supone que, debido a que la sociedad incrementa nuevamente su ingreso o bien porque la población crece, la demanda de mercado del bien *X* se desplaza de manera tal que su nueva ecuación es la siguiente

$$Q^{D3}{}_x = 19\,780 - 10\,P_x$$

3.IV.1. ¿Cuáles son el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria?
3.IV.2. ¿Cuáles son la nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa?
3.IV.3 En los dos diagramas de la situación anterior grafique los nuevos equilibrios de

Situación V

Como hay nuevas empresas atraídas a la industria debido a que, en la situación anterior, la(s) empresa(s) obtiene(n) beneficios excedentes, la curva de la oferta de mercado se desplaza de manera tal que su nueva ecuación es la siguiente

$$Q^{O3}{}_x = 7\,780 + 10P_x$$

3.V.1. ¿Cuáles son el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria?
3.V.2. ¿Cuáles son la nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa?
3.V.3 En los dos diagramas de la situación anterior grafique los nuevos equilibrios de la empresa y de la industria
3.V.4. Deduzca la ecuación de la curva de oferta de la industria en el largo plazo, subrayándola en el último diagrama de la pregunta anterior.

Solución CP.3

3.1. Ya que la función de costo total de largo plazo de la empresa es $CT = 1\,500\,X - 60\,X^2 + X^3$, las funciones de costo medio total y costo marginal son.

$$CMeT = 1\,500 - 60X + X^2$$
$$CMg = 1\,500 - 120X + 3X^2$$

3.2 Como los costos mínimos corresponden al punto más bajo de su curva respectiva, en el que la pendiente es igual a cero, la cantidad producida que a estos costos corresponden se puede obtener derivando su función respectiva en relación con X e igualándola a cero

a) Costo medio total mínimo:

$$\frac{\delta CMeT}{\delta X} = \frac{\delta(1\,500 - 60X + X^2)}{\delta X} = 0$$

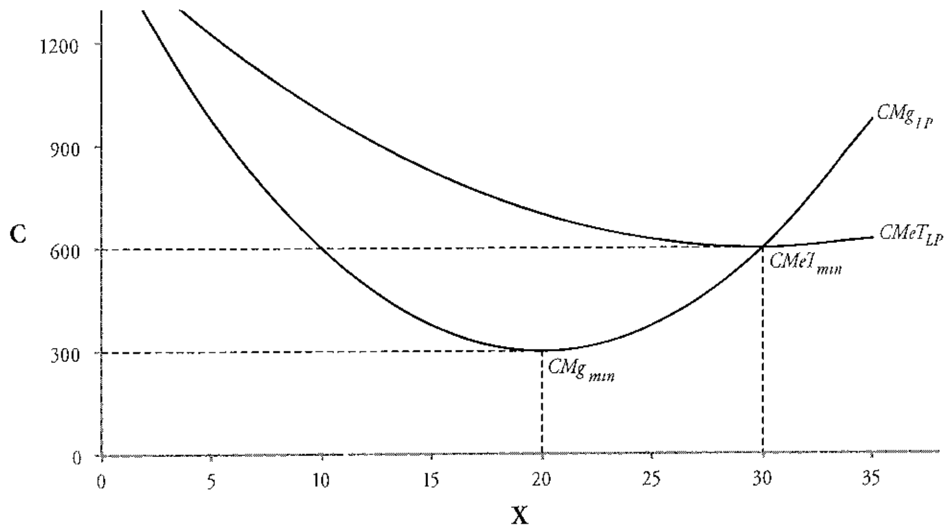
$$-60 + 2X = 0$$
$$X = 30$$
$$CMeT_{min} = 1\,500 - (60 * 30) + 30^2 = 600$$

b) Costo marginal mínimo

$-120 + 6X = 0$
$X = 20$
$CMg_{\min} = 1\,500 - (120 * 20) + (3 * 20^2) = 300$

3.3. Gráfica de costos medios totales y costos marginales.

Gráfica 6.6
Costos medios totales y costos marginales



Situación I

Dadas las siguientes funciones iniciales de la oferta y la demanda de la industria en que opera la empresa:

$Q^{D1}{}_x = 13\,000 - 10\,P_x$
$Q^{O1}{}_x = 1\,000 + 10\,P_x$

3.I 1. El precio y la cantidad de equilibrio de la industria se obtiene igualando ambas funciones, $Q^{D1}{}_x = Q^{O1}{}_x$

$13\,000 - 10\,P_x = 1\,000 + 10\,P_x$
$20\,P_x = 12\,000$
$P_x = 12\,000 / 20 = 600$

$Q^{D1}{}_x = 13\,000 - 10\,(600) = 7\,000$
$Q^{O1}{}_x = 1\,000 + 10\,(600) = 7\,000$

3.I.2 La cantidad producida y los beneficios de la empresa se obtienen a partir de la condición de equilibrio $CMeT_{CP} = CMeT_{LP} = CMg_{CP} = CMg_{LP} = IMg = P_x$.

$$CMg = 1\,500 - 120X + 3X^2 = 600$$
$$3X^2 - 120X + 900 = 0$$

La solución de esta ecuación de segundo grado es:

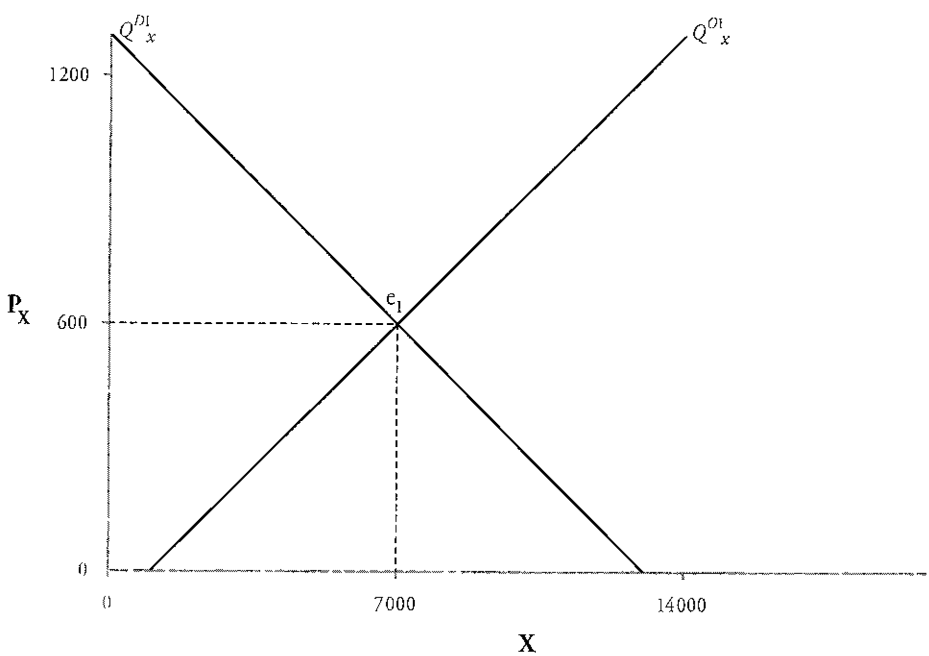
$$X = 30$$

Al ser los B (beneficios) $= IT - CT$; donde $IT = X\,P_x$,

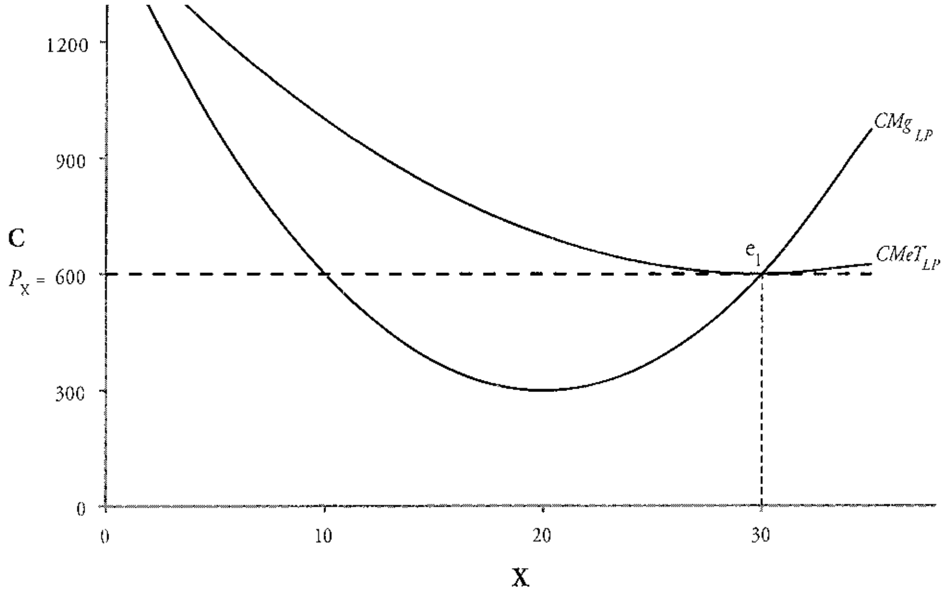
$$B = (30 * 600) - [1\,500\,(30) - 60\,(30)^2 + 30^3]*$$
$$B = 18\,000 - [45\,000 - 54\,000 + 27\,000]$$
$$B = 18\,000 - 18\,000 = 0$$

3.I.3. Gráficas de los equilibrios de la industria y de la empresa:

Gráfica 6.7
Equilibrio de la industria



Gráfica 6.8
Equilibrio de la empresa



Situación II

Ya que la nueva ecuación de la demanda de mercado del bien *X* es

$$Q^{D2}{}_x = 15\,640 - 10\,P_x,$$

y dada la misma ecuación de la oferta de mercado de la Situación I

$$Q^{O1}{}_x = 1\,000 + 10\,P_x$$

3.II 1. El nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria se obtienen igualando ambas ecuaciones $Q^{D2}{}_x = Q^{O1}{}_x$.

$$15\,640 - 10\,P_x = 1\,000 + 10\,P_x$$
$$20\,P_x = 14\,640$$
$$P_x = 14\,640 / 20 = 732$$

Al sustituir $P_x = 732$ en cualquiera de las dos ecuaciones, se obtiene la cantidad de equilibrio correspondiente.

3 II.2 La nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa se obtienen a partir de la condición de equilibrio $CMeT_{CP} = CMeT_{LP} = CMg_{CP} = CMg_{LP} = IMg = P_x$.

$$CMg = 1\,500 - 120\,X + 3\,X^2 = 732$$
$$3\,X^2 - 120\,X + 768 = 0$$

La solución de esta ecuación de segundo grado es:

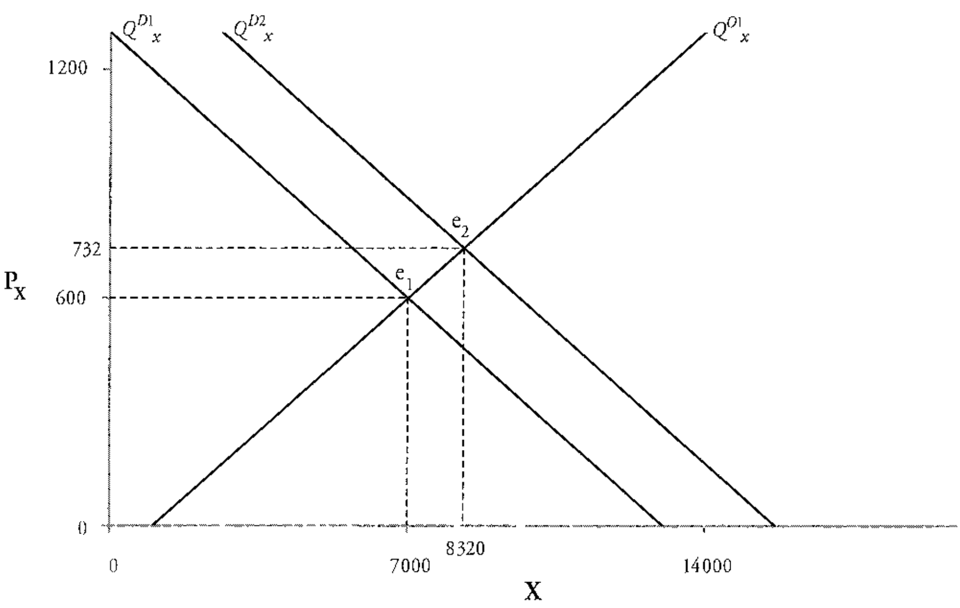
$$X = 32$$

Dado que los B (beneficios) = $IT - CT$; donde $IT = X\,P_x$,

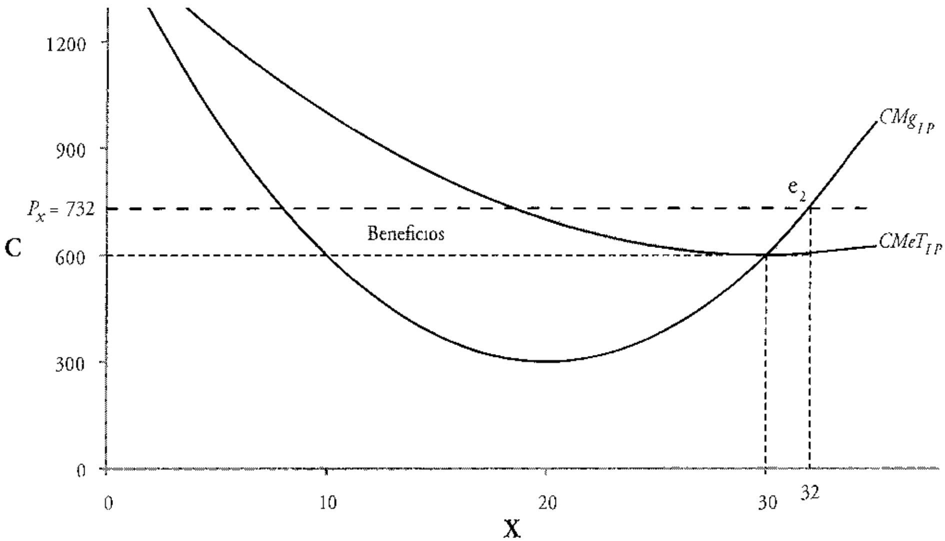
$$B = (32 * 732) - [1\,500\,(32) - 60\,(32)^2 + (32)^3] \quad *$$
$$B = 23\,424 - [48\,000 - 61\,440 + 32\,768]$$
$$B = 23\,424 - 19\,328 = 4\,096$$

3 II 3 Gráficas de los equilibrios de la industria y de la empresa.

Gráfica 6.9
Equilibrio de la industria



Gráfica 6.10
Equilibrio de la empresa



Situación III

Ya que la nueva ecuación de la oferta del mercado que resulta de la entrada de nuevas empresas a la industria es

$$Q^{O2}{}_x = 3\,640 + 10\,P_x\,,$$

y dada la misma ecuación de la demanda de mercado de la Situación II:

$$Q^{D2}{}_x = 15\,640 - 10\,P_x$$

3.III.1. El nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria se obtienen igualando ambas ecuaciones, $Q^{D2}{}_x = Q^{O2}{}_x$

$$15\,640 - 10\,P_x = 3\,640 + 10\,P_x$$
$$20\,P_x = 12\,000$$
$$P_x = 12\,000/20 = 600$$

Al sustituir $P_x = 600$ en cualquiera de las dos ecuaciones, se obtiene la cantidad correspondiente.

3 III.2 La nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa se obtienen a partir de la condición de equilibrio $CMeT_{CP} = CMeT_{LP} = CMg_{CP} = CMg_{LP} = IMg = P_x$,

$$CMg = 1\,500 - 120X + 3X^2 = 600$$
$$3X^2 - 120X - 900 = -1800$$

La solución de esta ecuación de segundo grado es.

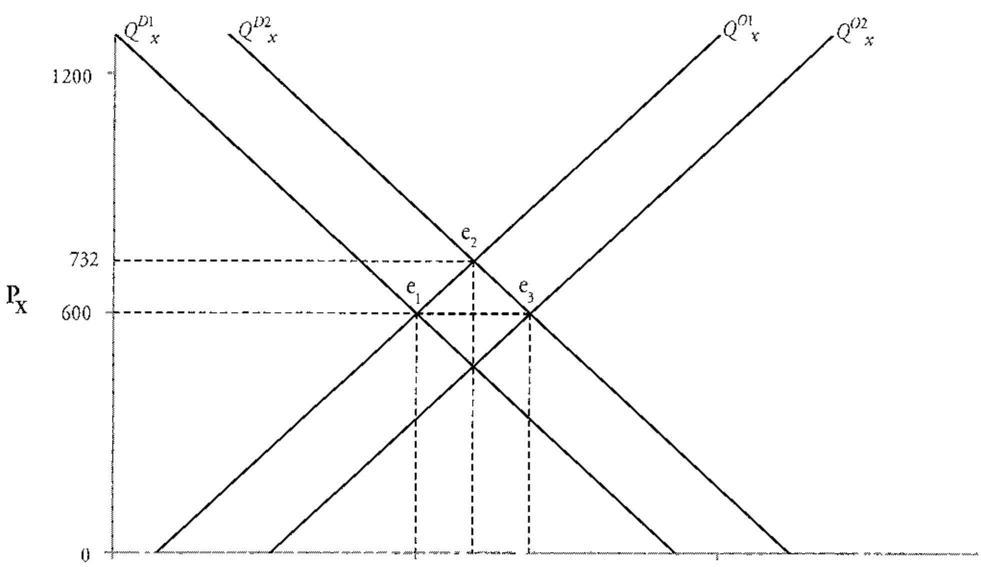
$$X = 30$$

Dado que los B (beneficios) = $IT - CT$, donde $IT = XP_x$:

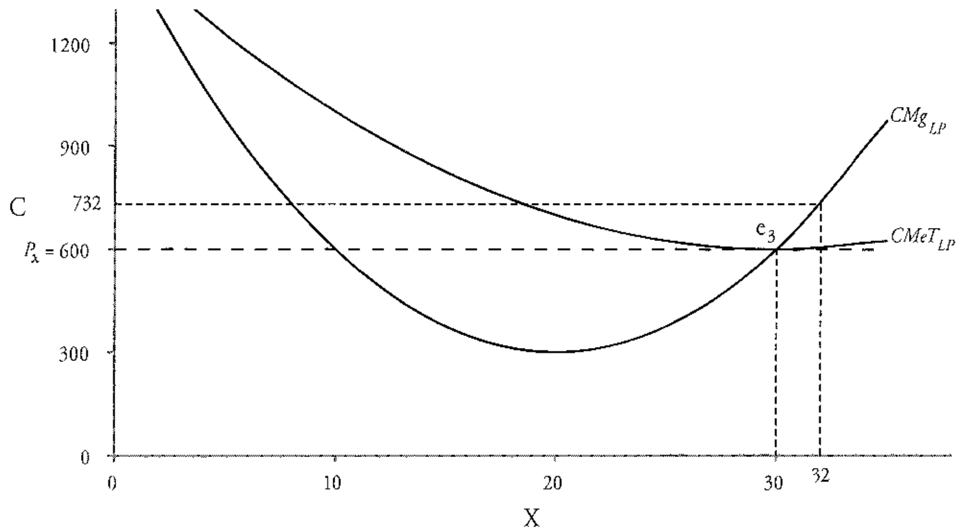
$$B = (30 * 600) - [1\,500\,(30) - 60(30)^2 + 30^3]$$
$$B = 18\,000 - [45\,000 - 54\,000 + 27\,000]$$
$$B = 18\,000 - 18\,000 = 0$$

3 III 3 Gráficas de los equilibrios de la industria y de la empresa

Gráfica 6.11
Equilibrio de la industria



Gráfica 6.12
Equilibrio de la empresa



Situación IV

Ya que la nueva ecuación de la demanda de mercado es.

$$Q^{D3}{}_x = 19780 - 10\,P_x$$

y dada la misma ecuación de la oferta de mercado de la Situación III

$$Q^{O2}{}_x = 3\,640 + 10\,P_x$$

3 IV 1 El nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria se obtienen igualando ambas ecuaciones, $Q^{D3}{}_x = Q^{O2}{}_x$:

$$19\,780 - 10\,P_x = 3\,640 + 10\,P_x$$
$$20\,P_x = 16\,140$$
$$P_x = 16\,140 / 20 = 807$$

Al sustituir $P_x = 807$ en cualquiera de las dos ecuaciones, se obtiene la cantidad correspondiente:

3.IV.2 La nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa se obtienen a partir de la condición de equilibrio $CMeT_{CP} = CMeT_{LP} = CMg_{CP} = CMg_{LP} = IMg = P_x$

$$CMg = 1\,500 - 120X + 3X^2 = 807$$
$$3X^2 - 120X + 693 = 0$$

La solución de esta ecuación de segundo grado es

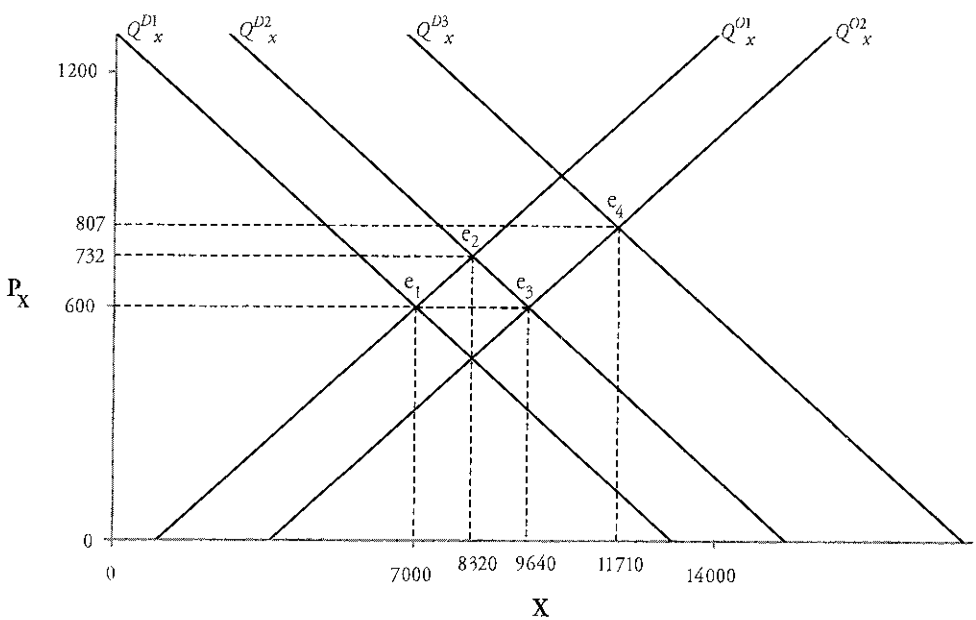
$$X = 33$$

Dado que los B (beneficios) = $IT - CT$, donde $IT = XP_x$

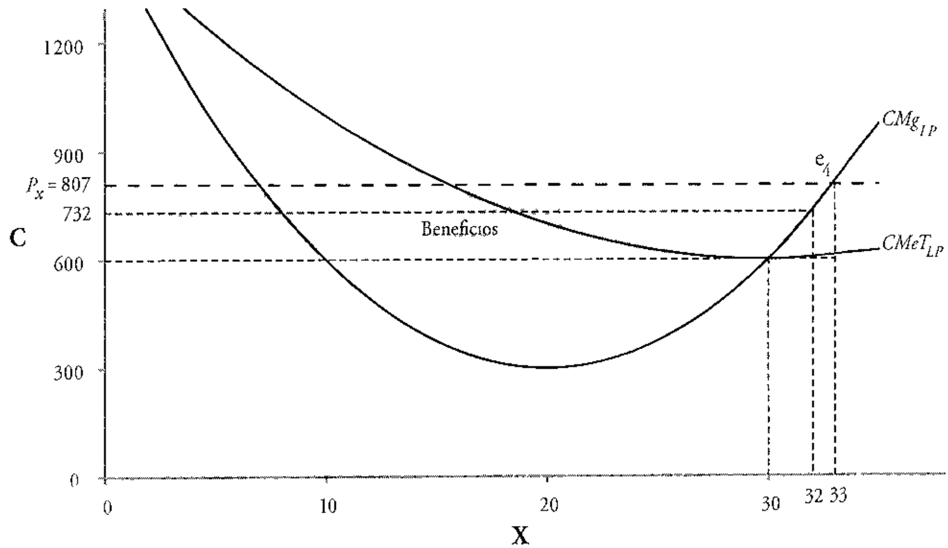
$$B = (33 * 807) - [1\,500\,(33) - 60\,(33)^2 + 33^3]$$
$$B = 26\,631 - [49\,500 - 65\,340 + 35\,937]$$
$$B = 26\,631 - 20\,097 = 6\,534$$

3.IV.3 Gráficas de los equilibrios de la industria y de la empresa.

Gráfica 6.13
Equilibrio de la industria



Gráfica 6.14
Equilibrio de la empresa



Situación V

Ya que la nueva ecuación de la oferta del mercado que resulta de la entrada de nuevas empresas a la industria es

$$Q^{O3}{}_x = 7780 + 10\,P_x\,,$$

y dada la misma ecuación de la demanda de mercado de la Situación IV

$$Q^{D3}{}_x = 19780 - 10\,P_x$$

3 V1. El nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria se obtienen igualando ambas ecuaciones: $Q^{D3}{}_x = Q^{O3}{}_x$:

$$19780 - 10\,P_x = 7780 + 10\,P_x$$
$$20\,P_x = 12000$$
$$P_x = 12000/20 = 600$$

Al sustituir $P_x = 600$ en cualquiera de las dos ecuaciones, se obtiene la cantidad correspondiente:

3.V2 La nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa se obtienen a partir de la condición de equilibrio $CMeT_{CP} = CMeT_{LP} = CMg_{CP} = CMg_{LP} = IMg = P_x$

$$CMg = 1\,500 - 120X + 3X^2 = 600$$
$$3X^2 - 120X + 900 = 0$$

La solución de esta ecuación de segundo grado es:

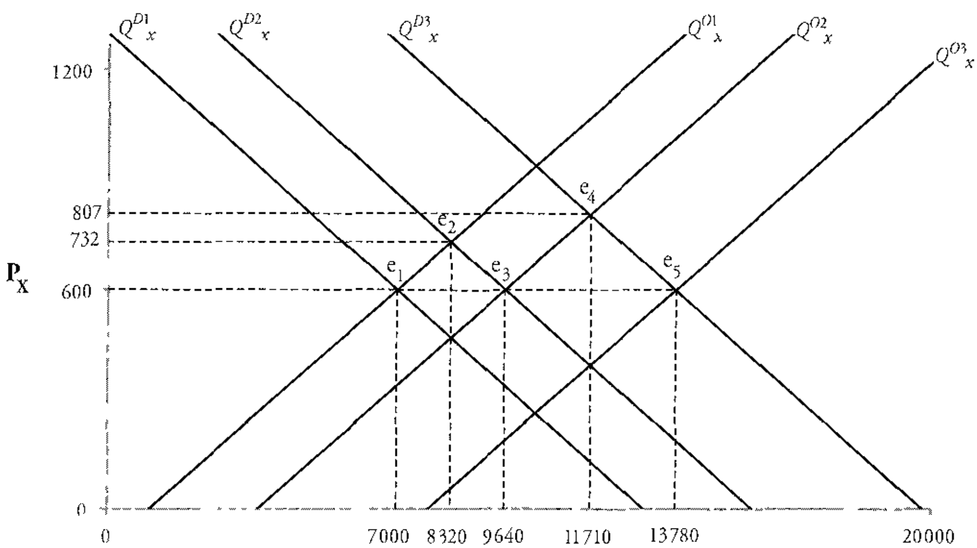
$$X = 30$$

Dado que los B (beneficios) = $IT - CT$, donde $IT = XP_x$:

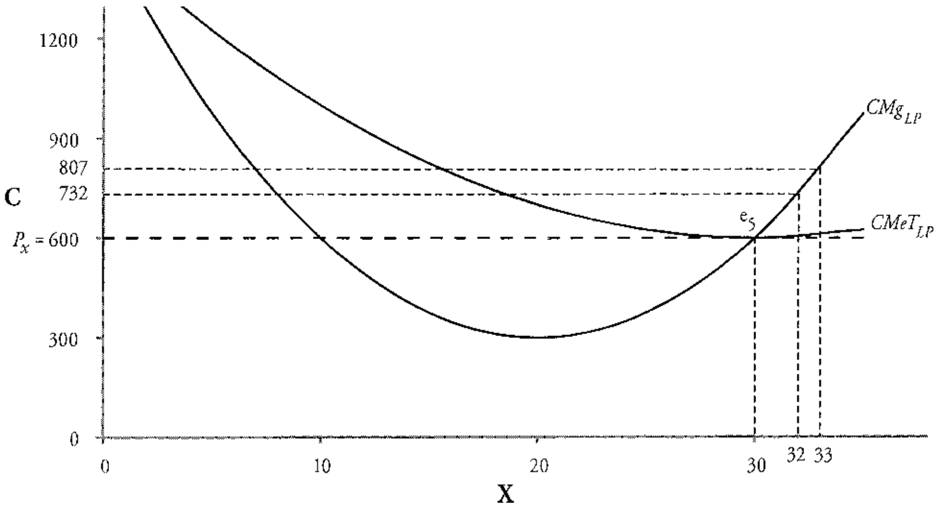
$$B = (30 * 600) - [1\,500\,(30) - 60\,(30)^2 + 30^3]$$
$$B = 18\,000 - [45\,000 - 54\,000 + 27\,000]$$
$$B = 18\,000 - 18\,000 = 0$$

3.V3. Gráficas de los equilibrios de la industria y de la empresa

Gráfica 6.15
Equilibrio de la industria



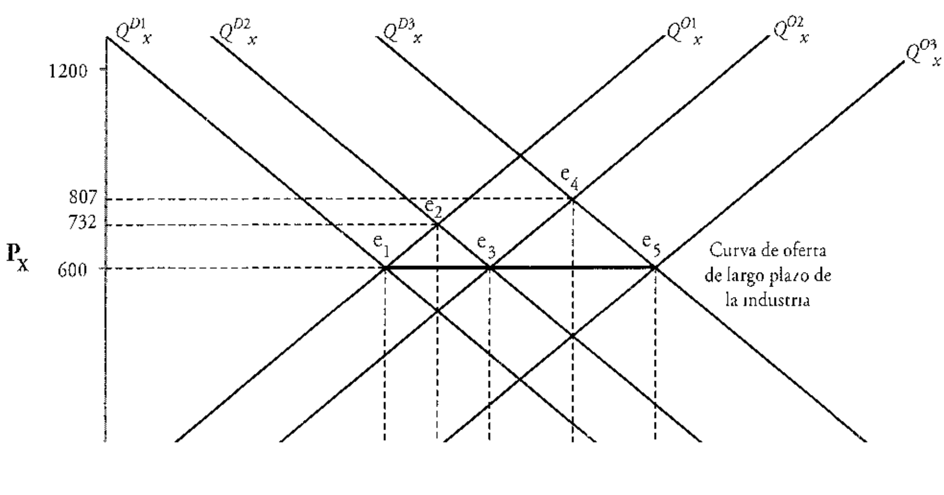
Gráfica 6.16
Equilibrio de la empresa



3.V.4. La curva de la oferta de largo plazo de la industria está dada por una línea recta paralela al eje de las abscisas al nivel de precios inicial, $P_x = 600$, entre la cantidad de equilibrio inicial, $X = 7\,000$, y la cantidad de equilibrio final, $X = 13\,780$, cuya ecuación es.

$$Q^{OLP}{}_x = 600$$

Gráfica 6.17
Curva de oferta de la industria



Ejercicio CP.4

(Deducción de la curva de oferta del largo plazo de la industria)

Caso 2: *1)* Industria de costos crecientes: los precios de los factores se incrementan
2) Empresa con una función de costos de largo plazo

Dada la siguiente función de producción de una empresa que produce un bien X y opera en competencia perfecta

$$X = 1.2\, K^{1/2} L^{1/2},$$

donde K y L son los insumos capital y trabajo empleados en el proceso productivo del bien X.

Situación I

Si se supone, para los efectos de este ejercicio, que en una situación inicial la función de costos totales de la empresa es

$$CT_1 = 1\,500\, X - 60X^2 + X^3,$$

que los precios de los insumos trabajo y capital con los que opera la empresa son, respectivamente,

$$w = 360$$
$$r = 360,$$

y que las funciones de la demanda y de la oferta de la industria en que opera la empresa son

$$Q^{D1}{}_x = 13\,000 - 10\, P_x$$
$$Q^{O1}{}_x = 1\,000 + 10\, P_x$$

4.I.1 Calcule el precio y la cantidad de equilibrio de la industria.
4.I.2 Deduzca y grafique las funciones de costo medio total y costo marginal de la

4.I.4. Para los precios de los insumos y los costos totales de la empresa dados, calcule y grafique la elección de la combinación óptima de los factores de la producción

4.I.5 En dos diagramas grafique los equilibrios de la empresa y de la industria.

Situación II

Suponga que en una situación posterior la demanda de mercado del bien X se desplaza debido a que la sociedad incrementa su ingreso o porque la población crece, y que se mantienen constantes todas las demás variables. La nueva ecuación de la demanda de la industria es la siguiente

$$Q^{D2}{}_x = 14\,400 - 10\,P_x$$

4 II 1. Calcule el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria.

4.II 2 Calcule la nueva cantidad producida, los costos totales y los beneficios actuales de la empresa.

4 II 3 En los dos diagramas de la Situación I grafique los nuevos equilibrios de la empresa y de la industria.

Situación III

Los beneficios excedentes de la situación anterior atraen a nuevas empresas a la industria Con la entrada de las nuevas empresas la curva de la oferta de la industria se desplaza Suponga que

1) la ecuación de la nueva curva de oferta es:

$$Q^{O2}{}_x = 1\,200 + 10\,P_x$$

2) al demandar las nuevas empresas más factores K y L, sus precios se incrementan en 10%:

$$w = 396$$
$$r = 396$$

3) manteniendo constante la función de producción de la empresa, $X = 1.2\ K^{1/2}\ L^{1/2}$, la nueva curva de costos de la empresa es la siguiente·

4 III 1 Calcule el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria.
4.III.2. Deduzca y grafique las funciones de costo medio total y costo marginal de la empresa Calcule tanto las cantidades producidas como los costos que corresponden al costo medio total mínimo y al costo marginal mínimo
4.III.3. Calcule la nueva cantidad producida, los costos totales y los beneficios actuales de la empresa.
4.III.4. Para los nuevos precios de los insumos y los costos totales de la empresa dados, calcule y grafique la elección de la combinación óptima de los factores de la producción.
4.III.5 En dos diagramas grafique los nuevos equilibrios de la empresa y de la industria.

Situación IV

Suponga que en una situación posterior la demanda de mercado del bien X se desplaza debido a que la sociedad incrementa su ingreso o porque la población crece, y que se mantienen constantes todas las demás variables. La nueva ecuación de la demanda de la industria es la siguiente:

$$Q^{D3}{}_x = 16\,200 - 10\,P_x$$

4.IV.1. Calcule el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria.
4.IV.2 Calcule la nueva cantidad producida, los costos totales y los beneficios actuales de la empresa.
4.IV.3. En los dos diagramas de la situación inicial grafique los nuevos equilibrios de la empresa y de la industria.

Situación V

Los beneficios excedentes de la situación anterior atraen a nuevas empresas a la industria. Con la entrada de las nuevas empresas la curva de la oferta de la industria se desplaza. Suponga que

1) la ecuación de la nueva curva de oferta es:

$$Q^{O3}{}_x = 1\,800 + 10\,P_x$$

2) al demandar las nuevas empresas más factores K y L, sus precios se incrementan en 9 09%:

3) Si se mantiene constante la función de producción de la empresa, $X = 1\ 2\ K^{1/2} L^{1/2}$, la nueva curva de costos de la empresa es la siguiente

$$CT_3 = 1\,800X - 72X^2 + 1\ 2X^3$$

4.V.1. Calcule el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria.
4 V2. Deduzca y grafique las funciones de costo medio total y costo marginal de la empresa Calcule tanto las cantidades producidas como los costos que corresponden al costo medio total mínimo y al costo marginal mínimo.
4.V.3. Calcule la nueva cantidad producida, los costos totales y los beneficios actuales de la empresa
4.V.4. Para los nuevos precios de los insumos y los costos totales de la empresa dados, calcule y grafique la elección de la combinación óptima de los factores de la producción.
4 V.5. En dos diagramas grafique los nuevos equilibrios de la empresa y de la industria
4.V6 Deduzca la ecuación de la curva de oferta de la industria en el largo plazo, subrayándola en el último diagrama de la pregunta anterior.

Solución CP.4

Situación I

4 I 1 El precio y la cantidad de equilibrio de la industria se obtiene igualando ambas funciones: $Q^{D1}{}_x = Q^{O1}{}_x$

$$13\,000 - 10P_x = 1\,000 + 10P_x$$
$$20P_x = 12\,000$$
$$P_x = 12\,000 / 20 = 600$$

Al sustituir $P_x = 600$ en cualquiera de las dos ecuaciones, se obtiene la cantidad de equilibrio correspondiente

$$Q^{D1}{}_x = 13\,000 - 10\ (600) = 7\,000$$
$$Q^{O1}{}_x = 1\,000 + 10\ (600) = 7\,000$$

4 I.2 Ya que la función de costo total de largo plazo de la empresa es $CT_1 = 1\,500X - 60X^2 + X^3$, las funciones de costo medio total y costo marginal son

Como los costos mínimos corresponden al punto más bajo de su curva respectiva en el que la pendiente es igual a cero, la cantidad producida que a estos costos corresponden se puede obtener derivando su función respectiva en relación con X e igualándola a cero.

$$\frac{\delta CMeT_1}{\delta X} = \frac{\delta(1\,500 - 60X + X^2)}{\delta X} = 0$$

$$-60 + 2X = 0$$
$$X = 30$$

$$CMeT_{1-min} = 1\,500 - (60 * 30) + 30^2 = 600$$

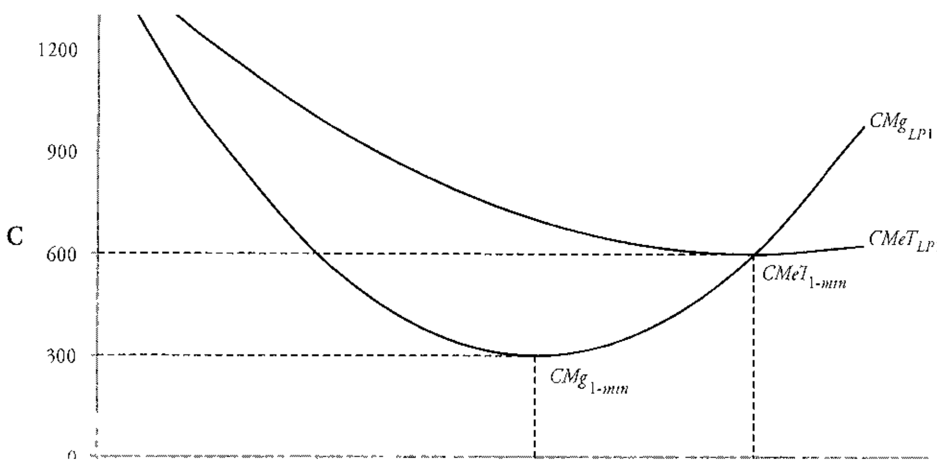
$$\frac{\delta CMg_1}{\delta X} = \frac{\delta(1\,500 - 120X + 3X^2)}{\delta X} = 0$$

$$-120 + 6X = 0$$

$$X = 20$$

$$CMg_{1-min} = 1\,500 - (120 * 20) + (3 * 20^2) = 300$$

Gráfica 6.18
Costos medios totales y marginales



4.I.3. La cantidad producida de la empresa se obtiene a partir de la condición de equilibrio $CMeT_{CP} = CMeT_{LP} = CMg_{CP} = CMg_{LP} = IMg = P_x$

$CMg_1 = 1\,500 - 120X + 3X^2 = 600$
$3X^2 - 120X + 900 = 0$

La solución de esta ecuación de segundo grado es:

$X = 30$

Dado que $X = 30$, los costos totales y los beneficios son

$CT_1 = 1\,500\ (30) - 60\ (30)^2 + 30^3 = 45\,000 - 54\,000 + 27\,000 = 18\,000,$

o bien, $CT_1 = X^*\ CMeT_1 = 30(600) = 18\,000$

Ya que los B (beneficios) = $IT - CT$, donde $IT = X\,P_x$,

$B = (30)\ 600 - 18\,000$
$B = 18\,000 - 18\,000 = 0$

4.I.4. Dados los precios de los insumos y los costos totales de la empresa, la elección de la combinación óptima de los factores de la producción se obtiene de la siguiente manera:

Dada la ecuación de la recta de isocosto $CT = rK + wL$, se obtiene

$K = (CT / r) - (w / r\,L)$
$K = (18\,000 / 360) - (360 / 360\ L)$
$K = 50 - L$

Con la función de producción, $X = 1.2\,K^{1/2}\,L^{1/2}$, se obtiene la condición de equilibrio de la empresa, $TMgST_{KL} = PMgL / PMgK = w / r$.

$PMgL = 0.6\ K^{1/2}\ L^{-1/2}$
$PMgK = 0.6\ K^{-1/2}\ L^{1/2}$
$TMgST_{KL} = 0.6\ K^{1/2}\ L^{-1/2} / 0.6\ K^{-1/2}\ L^{1/2} = K / L$

$K / L = 360 / 360 = 1$

Al sustituir la condición de equilibrio en la ecuación de la recta de isocosto, se obtiene:

$K = 50 - K$
$2\,K = 50$

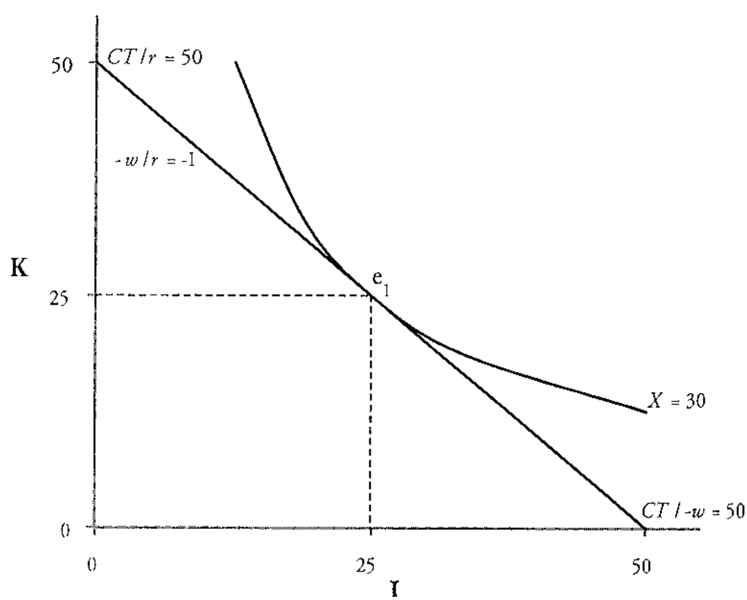
$K = 25$
$L = 25;$

o bien, sustituyendo la condición de equilibrio y la producción óptima, $X = 30$, en la función de producción

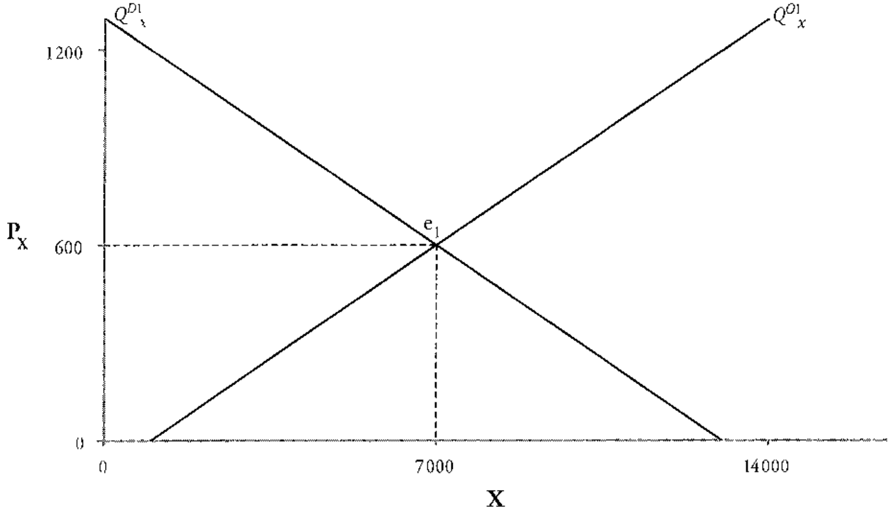
$30 = 1\ 2\ L^{1/2}\ L^{1/2} = 1\ 2\ L$

$L = 25$
$K = 25$

Gráfica 6.19
Elección óptima de la empresa



Gráfica 6.20
Equilibrio de la industria



Situación II

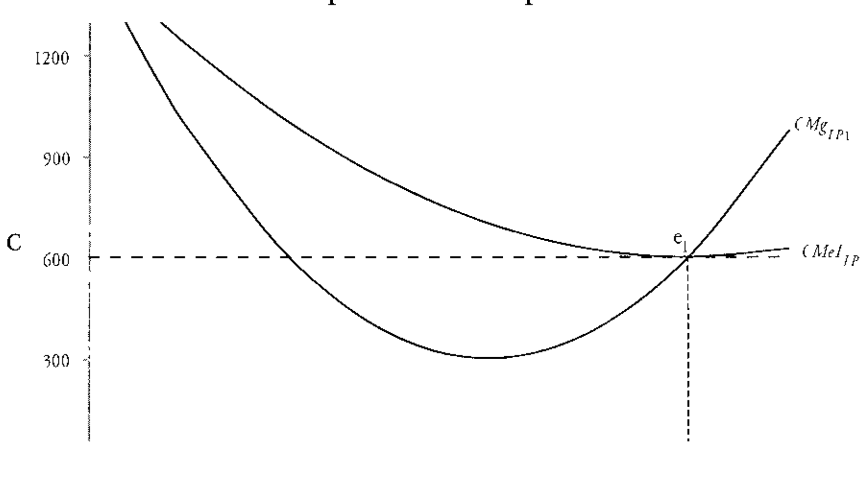
Dada la nueva ecuación de la demanda de mercado del bien X:

$$Q^{D2}_x = 14\,400 - 10\,P_x,$$

y dada la misma ecuación de la oferta de mercado de la situación anterior:

$$Q^{O1}_x = 1\,000 + 10\,P_x$$

Gráfica 6.21
Equilibrio de la empresa



4 II.1. El nuevo piecio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria se obtienen igualando ambas ecuaciones, $Q^{D2}{}_x = Q^{O1}{}_x$:

$$14\,400 - 10\ P_x = 1\,000 + 10\ P_x$$
$$20\ P_x = 13\,400$$
$$P_x = 13\,400/20 = 670$$

Al sustituir $P_x = 670$ en cualquiera de las dos ecuaciones, se obtiene la cantidad de equilibrio correspondiente

$$Q^{D2}{}_x = 14\,400 - 10\ (670) = 7\,700$$
$$Q^{O1}{}_x = 1\,000 + 10\ (670) = 7\,700$$

4.II 2 La nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empiesa se obtienen a partir de la condición de equilibrio $CMeT_{CP} = CMeT_{LP} = CMg_{CP} = CMg_{LP} = IMg = P_x$

$$CMg = 1\,500 - 120\ X + 3X^2 = 670$$
$$3\ X^2 - 120\ X + 830 = 0$$

La solución de esta ecuación de segundo grado es·

$$X = 31.1$$

Ya que $X = 31\ 1$, los costos totales son:

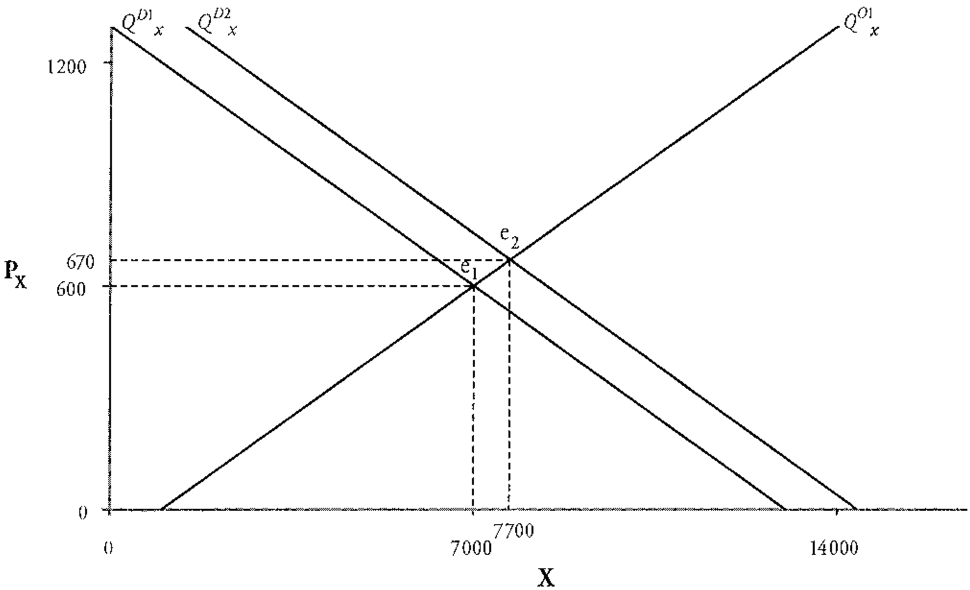
$$CT = [1\,500\ (31\ 1)] - [60\ (31.1)^2] + 31.1^3$$
$$CT = 46\,658.33 - 58\,053.33 + 30\,096.35 = 18\,701\ 35$$

Dado que los B (beneficios) = $IT - CT$, donde $IT = X\,P_x$,

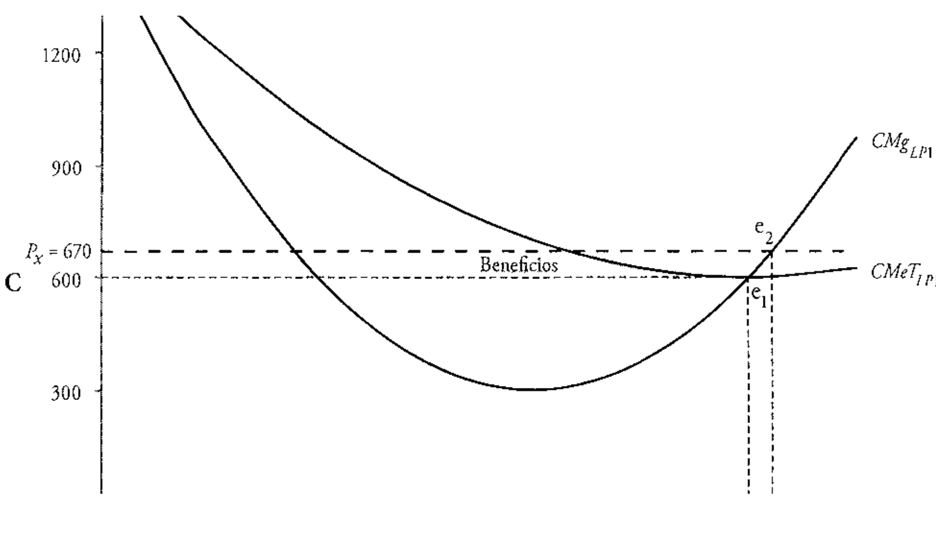
$$B = (31\ 1 * 670) - 18\,701.35$$
$$B = 20\,840\ 72 - 18\,701\ 35 = 2\,139\ 37$$

4.II 3. Gráficas de los equilibrios de la industria y de la empresa.

Gráfica 6.22
Equilibrio de la industria



Gráfica 6.23
Equilibrio de la empresa



Situación III

Ya que la nueva ecuación de la oferta del mercado que resulta de la entrada de nuevas empresas a la industria es:

$$Q^{O2}{}_x = 1\,200 + 10\,P_x,$$

y dada la misma ecuación de la demanda de mercado de la Situación II

$$Q^{D2}{}_x = 14\,400 - 10\,P_x$$

4.III.1. El nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria se obtienen igualando ambas ecuaciones, $Q^{D2}{}_x = Q^{O2}{}_x$

$$14\,400 - 10\,P_x = 1\,200 + 10\,P_x$$
$$20\,P_x = 13\,200$$
$$P_x = 13\,200/20 = 660$$

Al sustituir $P_x = 660$ en cualquiera de las dos ecuaciones, se obtiene la cantidad correspondiente.

$$Q^{D2}{}_x = 14\,400 - [10\,(660)] = 7\,800$$
$$Q^{O2}{}_x = 1\,200 + [10\,(660)] = 7\,800$$

4.III.2. Dada la nueva función de costo total de largo plazo de la empresa, $CT_2 = 1\,650\,X - 66\,X^2 + 1.1\,X^3$, las funciones de costo medio total y costo marginal son

$$CMeT_2 = 1\,650 - 66X + 1.1X^2$$
$$CMg_2 = 1\,650 - 132X + 3.3X^2$$

Como los costos mínimos corresponden al punto más bajo de su curva respectiva en el que la pendiente es igual a cero, la cantidad producida que a estos costos corresponden se puede obtener derivando su función respectiva en relación con X e igualándola a cero.

$$\frac{\delta CMeT_2}{\delta X} = \frac{\delta\,(1\,650 - 66X + 1.1X^2)}{\delta X} = 0$$

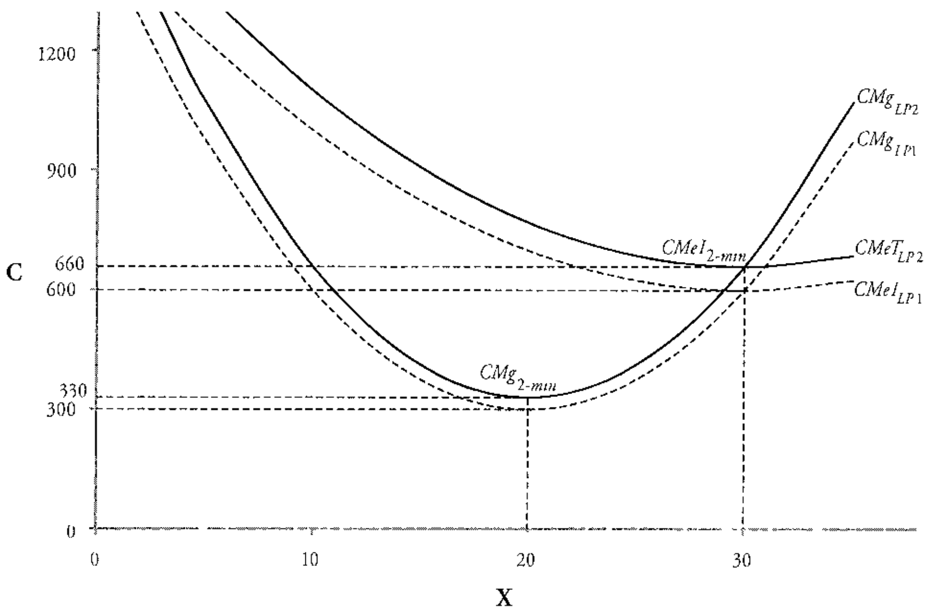
$$-66 + 2.2\,X = 0$$
$$X = 30$$

$$\frac{\delta CMg_2}{\delta X} = \frac{\delta(1\,650 - 132X + 3\,3X^2)}{\delta X} = 0$$

$$-132 + 6.6X = 0$$
$$X = 20$$

$$CMg_{2-min} = 1\,650 - (132 * 20) + (3\,3 * 20^2) = 330$$

Gráfica 6.24
Costos medios totales y marginales



4.III.3 La nueva cantidad producida de la empresa se obtiene a partir de la condición de equilibrio $CMeT_{CP} = CMeT_{LP} = CMg_{CP} = CMg_{LP} = IMg = P_x$.

$$CMg_2 = 1\,650 - 132\,X + 3\,3\,X^2 = 660$$
$$3\,3\,X^2 - 132\,X + 990 = 0$$

La solución de esta ecuación de segundo grado es

$$X = 30$$

Dado que $X = 30$, los costos totales y los beneficios actuales son o bien, $CT_2 = X^* \ CMeT_2 = 30\,(660) = 19\,800$

Ya que los B (beneficios) = $IT - CT$, donde $IT = X\,P_x$,

$$B = (30 * 660) - [1\,650\,(30) - 66\,(30)^2 + 1.1\,(30)^3]$$
$$B = 19\,800 - [49\,500 - 59\,400 + 29\,700]$$
$$B = 19\,800 - 19\,800 = 0$$

4.III.4 Dados los nuevos precios de los insumos y los costos totales de la empresa, la elección de la combinación óptima de los factores de la producción se obtiene de la siguiente manera:

A partir de la ecuación de la recta de isocosto $CT = rK + wL$, se obtiene:

$$K = CT_2 / r - w / r\,L$$
$$K = [19\,800 / 396] - (396 / 396)\,L$$
$$K = 50 - L$$

Dada la función de producción, $X = 1.2\,K^{1/2}L^{1/2}$, se obtiene la condición de equilibrio de la empresa, $TMgST = PMgL / PMgK = w / r$:

$$PMgL = 0.6\,K^{1/2}L^{-1/2}$$
$$PMgK = 0.6\,K^{-1/2}L^{1/2}$$
$$TMgST = 0.6\,K^{1/2}\,L^{-1/2} / 0.6\,K^{-1/2}\,L^{1/2} = K / L$$

$$K / L = 396 / 396 = 1$$
$$K = L$$

Al sustituir la condición de equilibrio en la ecuación de la recta de isocosto, se obtiene

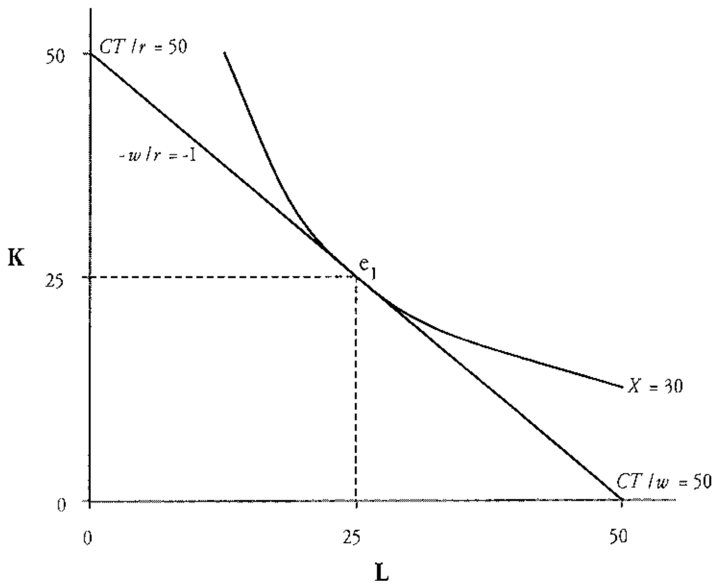
$$K = 50 - K$$
$$2K = 50$$

$$K = 25$$
$$L = 25;$$

o bien, sustituyendo la condición de equilibrio y la producción óptima, $X = 30$, en la función de producción:

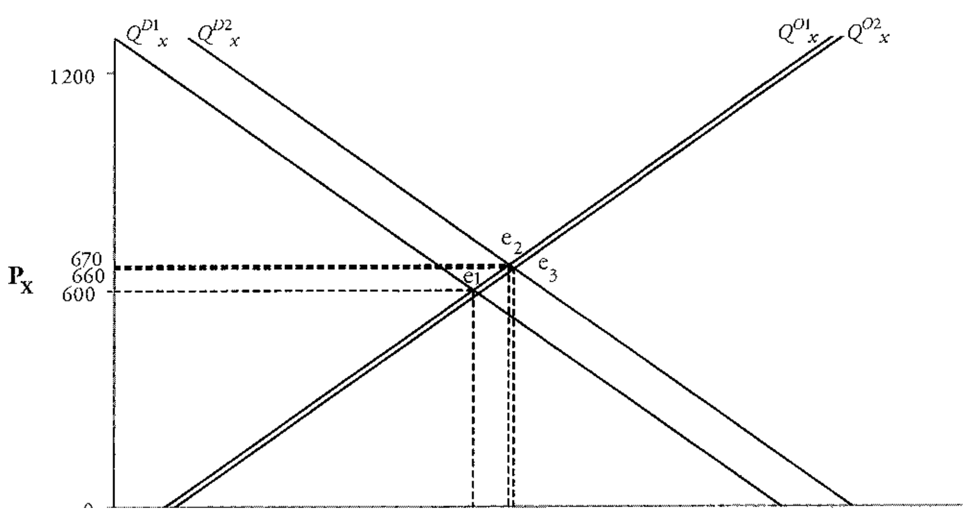
$$30 = 1.2\,L^{1/2}L^{1/2} = 1.2\,L$$

Gráfica 6.25
Elección óptima de la empresa

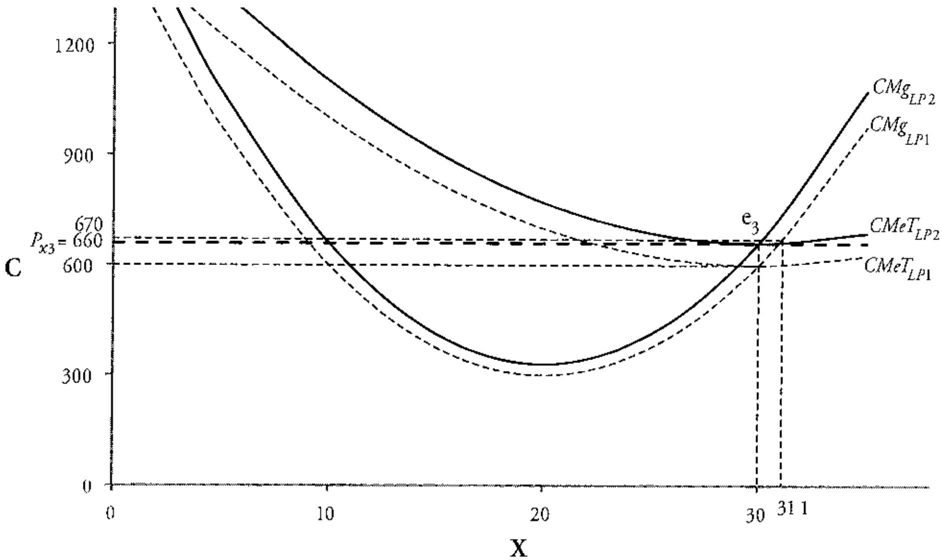


4.III.5. Gráficas de los nuevos equilibrios de la industria y de la empresa

Gráfica 6.26
Equilibrio de la industria



Gráfica 6.27
Equilibrio de la empresa



Situación IV

Dada la nueva ecuación de la demanda de mercado del bien X:

$$Q^{D3}{}_x = 16\,200 - 10\,P_x,$$

y dada la misma ecuación de la oferta de mercado de la Situación III:

$$Q^{O2}{}_x = 1\,200 + 10\,P_x$$

4 IV 1. El nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria se obtienen igualando ambas ecuaciones, $Q^{D3}{}_x = Q^{O2}{}_x$

$$16\,200 - 10\,P_x = 1\,200 + 10\,P_x$$
$$20\,P_x = 15\,000$$
$$P_x = 15\,000/20 = 750$$

Al sustituir $P_x = 750$ en cualquiera de las dos ecuaciones, se obtiene la cantidad de equilibrio correspondiente.

4 IV.2 La nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa se obtienen a partir de la condición de equilibrio $CMeT_{CP} = CMeT_{LP} = CMg_{CP} = CMg_{LP} = IMg = P_x$

$$CMg = 1\,650 - 132\,X + 3.3\,X^2 = 750$$
$$3.3\,X^2 - 132\,X + 900 = 0$$

La solución de esta ecuación de segundo grado es

$$X = 31\ 28$$

Puesto que $X = 31\ 28$, los costos totales, $CT = 1\,650\,X - 66\,X^2 + 1\ 1\,X^3$, resultan en

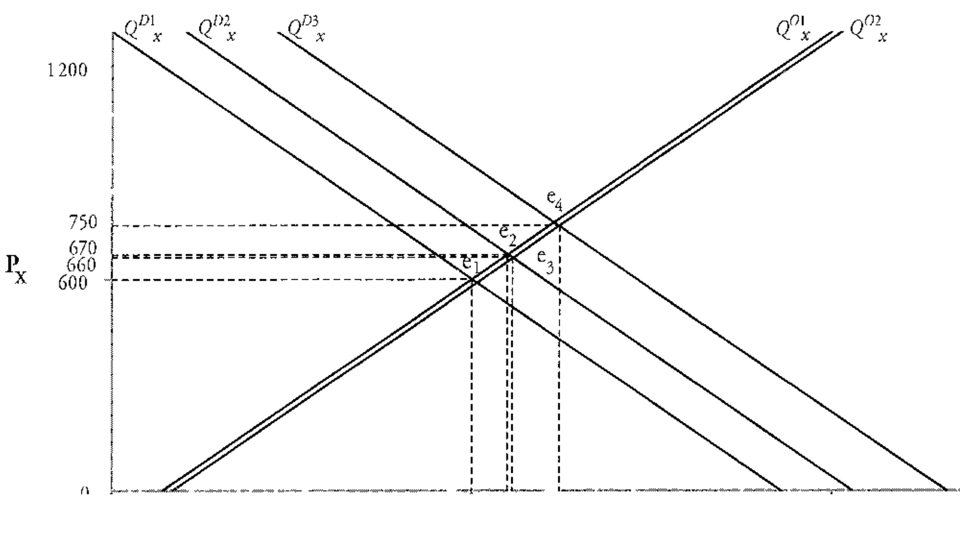
$$CT = [1\,650\,(31\ 28)] - [66\,(31\ 28)^2] + [1\ 1(31\ 28)^3]$$
$$CT = 51\,614\ 5104 - 64\,583\ 2167 + 33\,671\ 0213 = 20\,702.3151$$

Dado que los B (beneficios) = $IT - CT$, donde $IT = XP_x$,

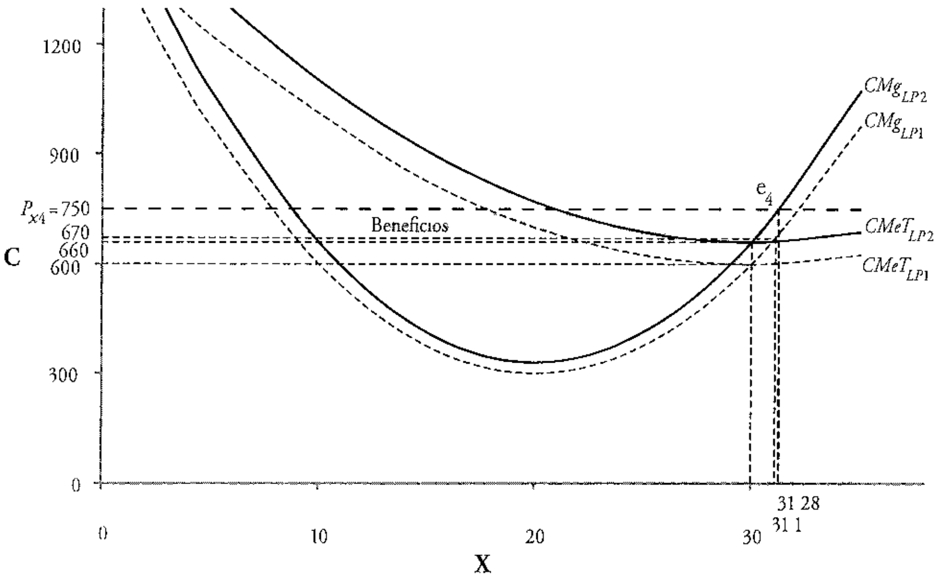
$$B = (31.28 * 750) - [1\,650\,(31\ 28) - 66(31\ 28)^2 + 1.1\,(31\ 28)^3]$$
$$B = 23\,461\ 1411 - 20\,702.3151 = 2\,758\ 82$$

4.IV 3 Gráficas de los nuevos equilibrios de la industria y de la empresa.

Gráfica 6.28
Equilibrio de la industria



Gráfica 6.29
Equilibrio de la empresa



Situación V

Ya que la nueva ecuación de la oferta del mercado que resulta de la entrada de nuevas empresas a la industria es

$$Q^{O3}{}_x = 1\,800 + 10\,P_x,$$

y dada la misma ecuación de la demanda de mercado de la Situación IV

$$Q^{D3}{}_x = 16\,200 - 10\,P_x$$

4 V.1 El nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria se obtienen igualando ambas ecuaciones, $Q^{D3}{}_x = Q^{O3}{}_x$

$$16\,200 - 10\,P_x = 1\,800 + 10\,P_x$$
$$20\,P_x = 14\,400$$
$$P_x = 14\,400/20 = 720$$

Al sustituir $P_x = 720$ en cualquiera de las dos ecuaciones, se obtiene la cantidad correspondiente:

4.V.2 Dada la nueva función de costo total de largo plazo de la empresa, $CT = 1\,800\,X - 72\,X^2 + 1\,2\,X^3$, las funciones de costo medio total y costo marginal son·

$$CMeT_3 = 1\,800 - 72\,X + 1\,2\,X^2$$
$$CMg_3 = 1\,800 - 144X + 3.6X^2$$

Como los costos mínimos corresponden al punto más bajo de su curva respectiva en el que la pendiente es igual a cero, la cantidad producida que a estos costos corresponde se pueden obtener derivando su función respectiva en relación con X e igualándola a cero.

$$\frac{\delta CMeT_3}{\delta X} = \frac{\delta\,(1\,800 - 72X + 1.2X^2)}{\delta X} = 0$$

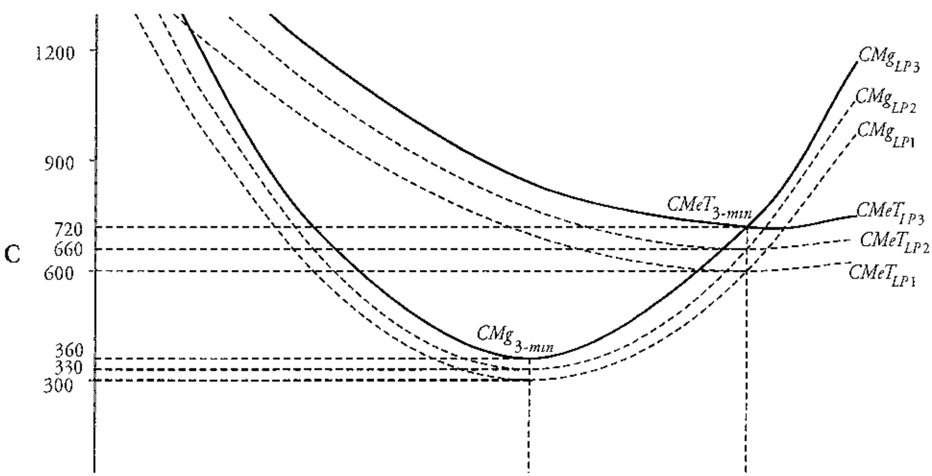
$$-72 + 2\,4\,X = 0$$
$$X = 30$$

$$CMeT_{3-min} = 1\,800 - (72 * 30) + (1.2 * 30^2) = 720$$

$$\frac{\delta CMgT_3}{\delta X} = \frac{\delta\,(1\,800 - 144X + 3.6X^2)}{\delta X} = 0$$

$$-144 + 7\,2X = 0$$
$$X = 20$$
$$CMg_{3-min} = 1\,800 - (144 * 20) + (3.6 * 20^2) = 360$$

Gráfica 6.30
Costos medios totales y marginales



4 V3 La nueva cantidad producida de la empresa se obtiene a partir de la condición de equilibrio $CMeT_{CP} = CMeT_{LP} = CMg_{CP} = CMg_{LP} = IMg = P_x$.

$$CMg_3 = 1\,800 - 144X + 3\ 6X^2 = 720$$
$$3\ 6X^2 - 144X + 1\,080 = 0$$

La solución de esta ecuación de segundo grado es

$$X = 30$$

Dado que $X = 30$, los costos totales y los beneficios actuales son.

$$CT = [1\,800\ (30)] - [72\,(30)^2] + [1\ 2\,(30)^3]$$
$$CT = 54\,000 - 64\,800 + 32\,400 = 21\,600,$$

o bien, $CT = X^*\ CMeT_3 = 30\,(720) = 21\,600$

Ya que los B (beneficios) = $IT - CT$, donde $IT = X\,P_x$,

$$B = (30 * 720) - [1\,800\ (30) - 72\ (30)^2 + 1.2\ (30)^3]$$
$$B = 21\,600 - 21\,600 = 0$$

4 V.4 Dados los nuevos precios de los insumos y los costos totales de la empresa, la elección de la combinación óptima de los factores de la producción se obtiene de la siguiente manera.

A partir de la ecuación de la recta de isocosto, $CT = rK + wL$, se obtiene.

$$K = CT\,/\,r - w\,/\,r\,L$$
$$K = 21\,600\,/\,432 - 432\,/\,432\ L$$
$$K = 50 - L$$

Dada la función de producción, $X = 1\ 2\,K^{1/2}\,L^{1/2}$, se obtiene la condición de equilibrio de la empresa, $TMgST = PMgL\,/\,PMgK = w\,/\,r$

$$PMgL = 0\ 6\,K^{1/2}\,L^{-1/2}$$
$$PMgK = 0\ 6\,K^{-1/2}\,L^{1/2}$$
$$TMgST = 0\ 6\,K^{1/2}\,L^{-1/2}\,/\,0.6\,K^{-1/2}\,L^{1/2} = K\,/\,L$$

Al sustituir la condición de equilibrio en la ecuación de la recta de isocosto, se obtiene

$K = 50 - K$
$2K = 50$

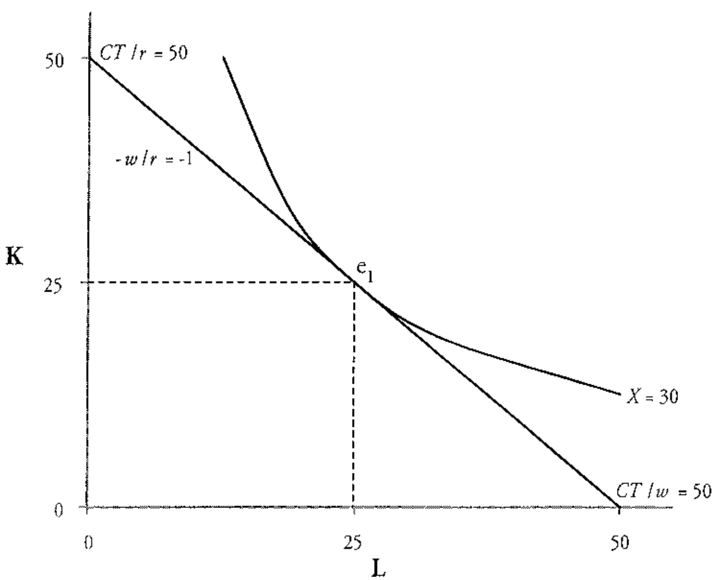
$K = 25$
$L = 25;$

o bien, sustituyendo la condición de equilibrio y la producción óptima, $X = 30$, en la función de producción:

$30 = 1.2\ L^{1/2}\ L^{1/2} = 1.2\ L$

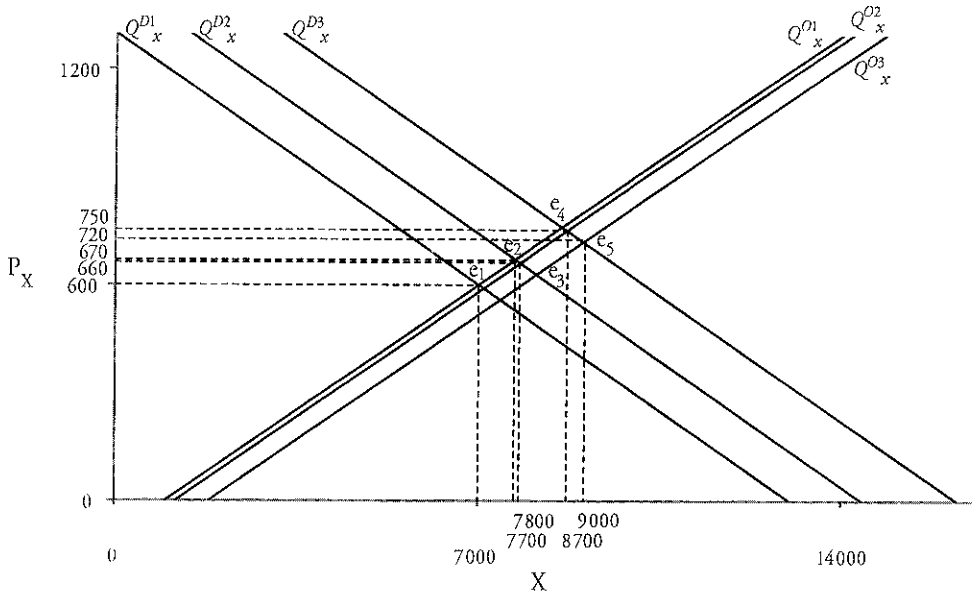
$L = 25$
$K = 25$

Gráfica 6.31
Elección óptima de la empresa

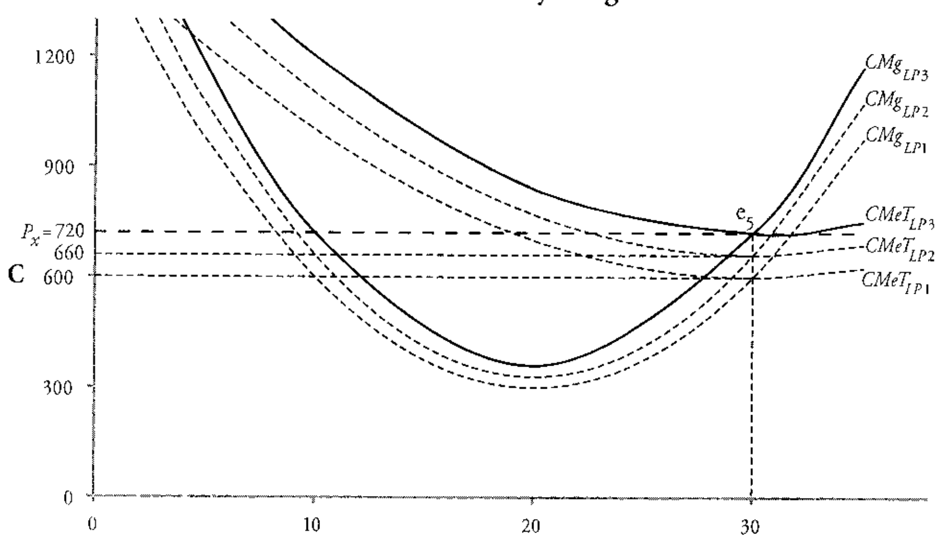


4 V.5 Gráficas de los nuevos equilibrios de la industria y de la empresa.

Gráfica 6.32
Equilibrio de la industria

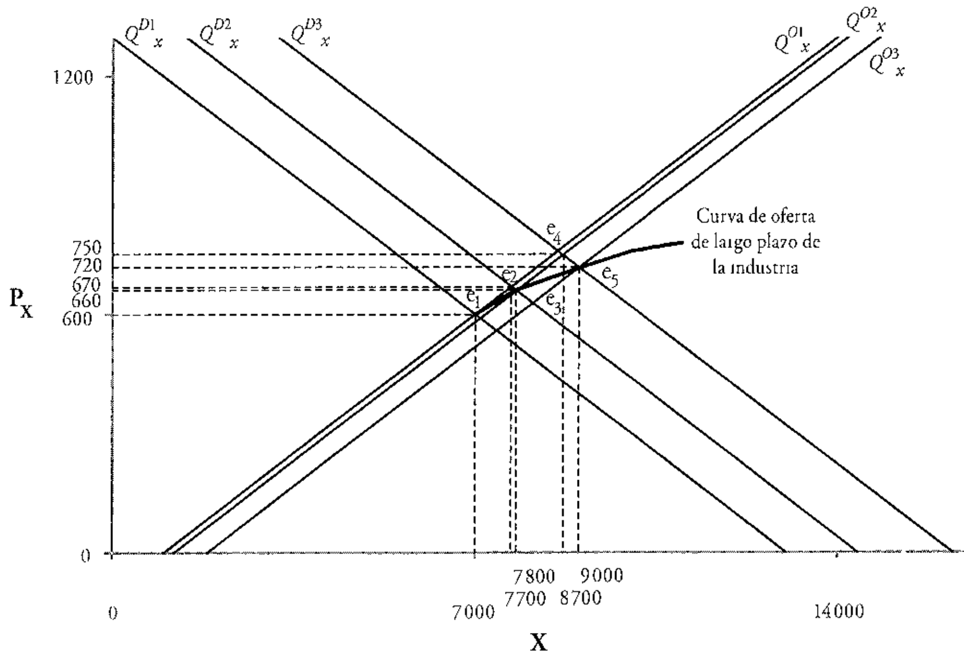


Gráfica 6.33
Costos medios totales y marginales



4.V.6. Cuando los costos son crecientes, la curva de la oferta de la industria en el largo plazo está dada por una línea (subrayada en la gráfica siguiente) con pendiente positiva que une los equilibrios de las Situaciones I, III y V, esto es, e_1. (X_1 = 7000, P_{x1} = 600), e_3· (X_3 = 7800, P_{x3} = 660), y e_5 (X_5 = 9000, P_{x5} = 720)

Gráfica 6.34
Equilibrio de la industria



Sección II. Ejercicios cuyas resoluciones se pueden verificar en el capítulo 9

Ejercicio CP.5

Si las funciones de oferta y demanda de una industria que opera en condiciones de competencia perfecta son, respectivamente,

$$Q^D_x = 20\,000 - 0.2\,P_x$$
$$Q^O_x = 500\,P_x - 30\,020;$$

$$CT_1 = 800 + 20X_1 + X_1^2$$
$$CT_2 = 300 + 60X_2 + 2X_2^2$$
$$CT_3 = 150 + 475X_3 - 35X_3^2 + X_3^3$$

5.1. ¿Cuál es el precio y la cantidad de equilibrio de la industria considerada?
5.2. ¿Cuáles son las cantidades producidas y los beneficios obtenidos por cada una de las tres empresas?
5.3. ¿Es o no conveniente para las empresas operar en estas condiciones en el corto plazo?
5.4. Grafique los resultados obtenidos para cada una de las empresas, señalando la curva de la oferta respectiva.
5.5. ¿Podría alguna de estas situaciones corresponder con el equilibrio de largo plazo? Fundamente sus respuestas.

Ejercicio CP.6

(Deducción de la curva de oferta del largo plazo)

Caso 3 *1)* Industria de costos constantes. los precios de los factores se mantienen constantes
2) Empresa con una función de costos de corto plazo.

Dada la siguiente función de costos totales de corto plazo de una empresa que opera en un mercado de competencia perfecta:

$$CT = 1\,000 + 100X - 10X^2 + X^3,$$

donde CT es el costo total, y X la cantidad producida

Situación I

Al partir de una situación inicial de equilibrio en la que las funciones de la demanda y la oferta de la industria son las siguientes:

$$Q^{D1}{}_x = 8\,280 - 10P_x$$

$$Q^{O1}{}_x = 280 + 30P_x$$

6.I.3 En dos diagramas grafique los equilibrios de la empresa y de la industria, respectivamente.

Situación II

Al suponer que, debido a que la sociedad incrementa su ingreso o porque la población crece, la demanda de mercado del bien X se desplaza de modo tal que su nueva ecuación es la siguiente

$$Q^{D2}{}_{x} = 10\,280 - 10\,P_x$$

6 II.1. ¿Cuáles son el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria?
6 II.2 ¿Cuáles son la nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa?
6.II 3 En los dos diagramas de la Situación I grafique los nuevos equilibrios de la empresa y de la industria.

Situación III

Como hay nuevas empresas que son atraídas a la industria debido a que, en la situación anterior, la(s) empresa(s) obtiene(n) beneficios excedentes, la curva de la oferta de mercado se desplaza de tal que suerte que su nueva ecuación es la siguiente.

$$Q^{O2}{}_{x} = 2\,280 + 30\,P_x$$

6.III.1 ¿Cuáles son el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria?
6.III.2 ¿Cuáles son la nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa?
6.III.3. En los dos diagramas de la Situación II grafique los nuevos equilibrios de la empresa y de la industria

Situación IV

Si se supone que, debido a que posteriormente la sociedad incrementa nuevamente su ingreso o porque la población crece, la demanda de mercado del bien X se desplaza de tal forma que su nueva ecuación es la siguiente:

$$Q^{D3}{}_{x} = 16\,280 - 10\,P_x$$

6 IV.1 ¿Cuáles son el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria?

Situación V

Como hay nuevas empresas que son atraídas a la industria debido a que, en la situación anterior, la(s) empresa(s) obtiene(n) beneficios excedentes, la curva de la oferta de mercado se desplaza, su nueva ecuación es la siguiente.

$$Q^{O3}{}_x = 8\,280 + 30\,P_x$$

6.V1 ¿Cuáles son el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria?
6.V.2 ¿Cuáles son la nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa?
6.V3. En los dos diagramas de la Situación IV grafique los nuevos equilibrios de la empresa y de la industria
6.V.4 Deduzca la ecuación de la curva de oferta de la industria en el largo plazo, subrayándola en el último diagrama de la pregunta anterior.

Sección III. Ejercicios no resueltos

Ejercicio CP.7

Dada la siguiente función de costo total de una empresa que opera en un mercado perfectamente competitivo,

$$CT = 1500 + 150X - 15X^2 + 1.5X^3,$$

al ser la función de oferta de la industria, es:

$$Q^{OX} = 99\,P_x,$$

se presentan dos periodos de corto plazo, en los que las funciones de la demanda de la industria para cada periodo son:

$$Q^{D1}{}_x = 30\,000 - P_x$$
$$Q^{D2}{}_x = 11\,250 - P_x,$$

sin alterarse los costos de la empresa considerada, ni la oferta de la industria, en los dos periodos.

7.3. ¿Es o no es conveniente para la empresa operar en las condiciones en que se encuentra en ambos periodos en el corto plazo? Fundamente su respuesta.
7.4. ¿Podría alguna de estas situaciones corresponder al equilibrio de largo plazo? Fundamente su respuesta.
7.5. Grafique sus resultados relacionando las situaciones de oferta y demanda del mercado con las curvas de costo medio total y costo marginal de la empresa, y señalando las curvas de oferta y demanda de la empresa.

Ejercicio CP.8

(Deducción de la curva de oferta del largo plazo de la industria)

Supuestos *1)* Industria de costos constantes. los precios de los factores se mantienen constantes.
2) El ejercicio se trabaja con curvas de costos de largo plazo.

La función de costo total de largo plazo de una empresa que opera en un mercado de competencia perfecta es la siguiente:

$$CT = 3\,000X - 100X^2 + X^3$$

Situación I

Al partir de una situación inicial de equilibrio en la que las funciones de oferta y demanda de la industria son las siguientes

$$Q^{D1}{}_x = 10\,280 - 10P_x$$
$$Q^{O1}{}_x = 280 + 10P_x$$

8.I.1. ¿Cuáles son el precio y la cantidad de equilibrio de la industria?
8.I.2. ¿Cuáles son la cantidad producida y los beneficios de la empresa?
8.I.3. En dos diagramas grafique los equilibrios de la empresa y de la industria, respectivamente

Situación II

Si se supone que, debido a que la sociedad incrementa su ingreso o porque la población crece, la demanda de mercado del bien X se desplaza de tal forma que su nueva ecua-

8.II.1. ¿Cuáles son el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria?
8 II.2. ¿Cuáles son la nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa?
8.II.3. En los dos diagramas de la Situación I grafique los nuevos equilibrios de la empresa y de la industria.

Situación III

Como hay nuevas empresas que son atraídas a la industria debido a que, en la situación anterior, la(s) empresa(s) obtiene(n) beneficios excedentes, la curva de la oferta de mercado se desplaza de tal manera que su nueva ecuación es la siguiente:

$$Q^{O2}{}_x = 4\,280 + 10\,P_x$$

8 III.1 ¿Cuáles son el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria?
8.III 2 ¿Cuáles son la nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa?
8.III.3. En los dos diagramas de la Situación II grafique los nuevos equilibrios de la empresa y de la industria.

Situación IV

Si se supone que, debido a que posteriormente la sociedad incrementa nuevamente su ingreso o porque la población crece, la demanda de mercado del bien *X* se desplaza de tal suerte que su nueva ecuación es la siguiente

$$Q^{D3}{}_x = 20\,280 - 10\,P_x$$

8 IV 1 ¿Cuáles son el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria?
8.IV.2 ¿Cuáles son la nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa?
8 IV 3. En los dos diagramas de la Situación III grafique los nuevos equilibrios de la empresa y de la industria.

Situación V

Como hay nuevas empresas que son atraídas a la industria debido a que, en la situación anterior, la(s) empresa(s) obtiene(n) beneficios excedentes, la curva de la oferta de mercado se desplaza de manera tal que su nueva ecuación es la siguiente:

$$Q^{O3}{}_x = 10\,280 + 10\,P_x$$

8 V3. En los dos diagramas de la Situación IV grafique los nuevos equilibrios de la empresa y de la industria

8 V4 Deduzca la ecuación de la curva de oferta de la industria en el largo plazo, subrayándola en el último diagrama de la pregunta anterior.

Capítulo 7
Teoría del mercado monopólico (M)

Sección I. Ejercicios resueltos

Ejercicio M.1

Dada la siguiente función de demanda de mercado de un productor monopolista.

$$Q^D_x = X = 80 - 0.1\,P_x,$$

que opera con dos plantas en el corto plazo, cuyas funciones de costos totales de producción respectivas son.

$$CT_1 = 4\,368.75 + 15X_1 + X_1^2$$
$$CT_2 = 5\,800 - 30X_2 + 2X_2^2$$

1.1. Defina las dos condiciones que *maximizan* los beneficios de un productor monopolista. Para el caso en que el monopolista opera con múltiples plantas en el corto plazo, ¿cuál es la condición específica?
1.2. Explique por qué no existe una única curva de oferta para un productor monopolista derivada de su costo marginal, como sucede en el caso de la competencia perfecta.
1.3. Calcule el volumen de producción total óptimo, su distribución entre ambas plantas y el precio de mercado.
1.4. Calcule el ingreso marginal y el costo marginal que corresponden a los volúmenes de producción respectivos.
1.5. Calcule el beneficio máximo del monopolista y su distribución en cada planta.
1.6. Grafique sus resultados.

Solución M.1

1.1 El monopolista *maximiza* sus beneficios de corto plazo si se cumplen las dos condiciones siguientes:

1) El costo marginal, *CMg*, es igual al ingreso marginal, *IMg*: $CMg = IMg$

2) La pendiente de la curva de *CMg* es mayor que la de la curva de *IMg* en el punto de intersección, lo que significa que la curva de *CMg* debe cortar desde abajo a la curva de *IMg*

Cuando el monopolista opera con múltiples plantas, la condición específica que se debe cumplir es que los costos marginales de las plantas múltiples sean iguales entre sí y, al mismo tiempo, iguales al ingreso marginal común a ellas, esto es, $CMg = IMg = CMg_1 = CMg_2 = \ldots = CMg_n$.

1.2. Para un monopolista no existe una única curva de oferta derivada de su costo marginal dado, como sucede en el caso de la competencia perfecta, debido a que no existe una relación única entre el precio y la cantidad, sea porque la misma cantidad puede ser ofrecida a diferentes precios, según cuál sea la elasticidad-precio de la demanda, o bien porque para un mismo precio pueden ofrecerse varias cantidades, según cuál sea la demanda de mercado y la correspondiente curva de *IMg*

1.3. El monopolista que opera con dos plantas, con distintas estructuras de costos, tiene que tomar las siguientes decisiones para *maximizar* sus beneficios: *1)* qué volumen producirá en conjunto y a qué precio; *2)* a qué precio de mercado producirá este volumen; *3)* de qué modo habrá que distribuir ese volumen de producción.

El precio de mercado, el volumen de producción total y su distribución entre ambas plantas se puede obtener a partir de la condición de equilibrio específica señalada en 1.1., esto es, $CMg_1 = CMg_2 = IMg$

a) Ingreso marginal

Dado que la función de la demanda es $Q^D_x = X = 80 - 0.1\,P_x$, y como $X = X_1 + X_2$, su inversa es.

Al sustituir la ecuación anterior en la del ingreso total, $IT = P_x * X$, se obtiene

$$IT = 800X - 10X^2$$

Al derivar la función de ingreso total anterior, se obtiene la del ingreso marginal

b) Costo marginal.

Dadas las funciones de costos totales de las dos plantas, $CT_1 = 4\ 368\ 75 + 15X_1 + X_1^2$, y $CT_2 = 5\ 800 - 30X_2 + 2X_2^2$, respectivamente, las funciones de los costos marginales correspondientes se obtienen derivando las siguientes funciones:

$$CMg_1 = \frac{\delta CT_1}{\delta X} = 15 + 2X_1$$

$$CMg_2 = \frac{\delta CT_2}{\delta X} = -30 + 4X_2$$

Al igualar las dos funciones de costos anteriores con la del ingreso marginal, $CMg_1 = CMg_2 = IMg$, se obtienen las cantidades de equilibrio correspondientes a cada una de las plantas

(1) $15 + 2X_1 = 800 - 20X_1 - 20X_2$
(2) $-30 + 4X_2 = 800 - 20X_1 - 20X_2$

(1) $785 - 22X_1 - 20X_2 = 0$
(2) $830 - 20X_1 - 24X_2 = 0$

Se multiplica (1) por -1 y (2) por 1 1

(1') $-785 + 22X_1 + 20X_2 = 0$
(2') $\underline{913 - 22X_1 - 26\ 4X_2 = 0}$
$128 - \quad 0X_1 + 6\ 4X_2 = 0$

$X_2 = 20$

Al sustituir $X_2 = 20$ en (1') o (2') se obtiene X_1:

$X_1 = 17\ 5,$

Al sustituir $X = 37.5$ en la ecuación inversa de la demanda, obtenemos su precio

$$P_x = 800 - [10\,(37\ 5)]$$
$$P_x = 425$$

1 4 Como $CMg_1 = CMg_2 = IMg$, es posible obtener el valor, que debe resultar ser el mismo, sustituyendo las cantidades de equilibrio correspondientes en las funciones respectivas.

$$CMg_1 = 15 + [2\ (17.5)] = 50$$
$$CMg_2 = -30 + [4\ (20)] = 50$$
$$IMg = 800 - [20\ (37\ 5)] = 50$$

1.5. *a)* Los beneficios totales del monopolista que opera con dos plantas son iguales a $BTm = IT - (CT_1 + CT_2)$.

$$IT = XP_x = (37\ 5 * 425) = 15\,937\ 5$$

$$CT_1 = 4\,368\ 75 + 15X_1 + X_1^2$$
$$CT_1 = 4\,368\ 75 + (15 * 17.5) + 17\ 5^2 = 4\,937.5$$

$$CT_2 = 5\,800 - 30X_2 + 2X_2^2$$
$$CT_2 = 5\,800 - (30 * 20) + (2 * 20^2) = 6\,000$$

$$BTm = 15\,937\ 5 - (4\,937.5 + 6\,000) = 5\,000$$

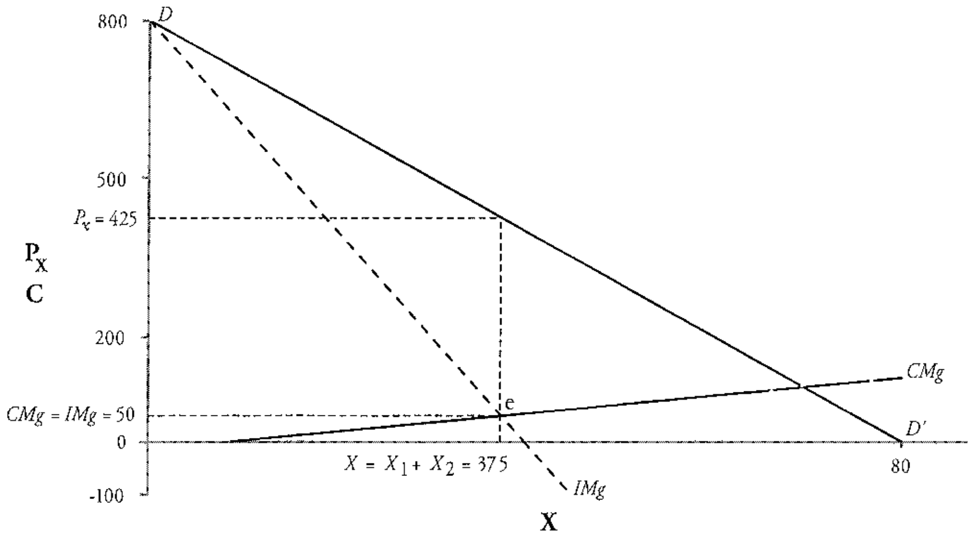
b) Los beneficios que obtiene el monopolista en cada planta son iguales a $Bm_1 = IT_1 - CT_1$:

$$IT_1 = X_1 * P_x = 17\ 5 * 425 = 7\,437.5$$
$$Bm_1 = IT_1 - CT_1 = 7\,437\ 5 - 4\,937.5 = 2\,500$$

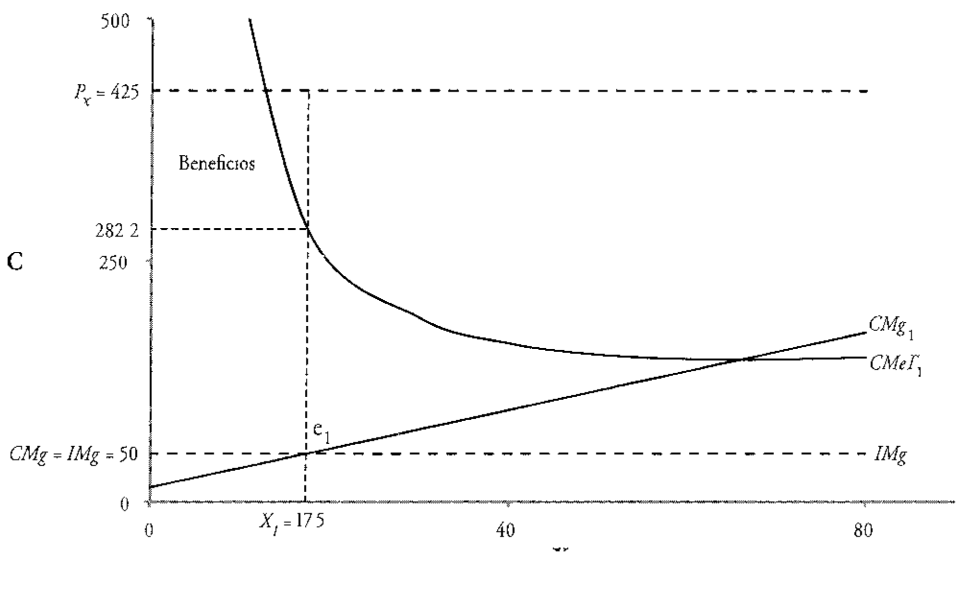
$$IT_2 = X_2 * P_x = 20 * 425 = 8\,500$$
$$Bm_2 = IT_2 - CT_2 = 8\,500 - 6\,000 = 2\,500$$

$$BTm = Bm_1 + Bm_2 = 2\,500 + 2\,500 = 5\,000$$

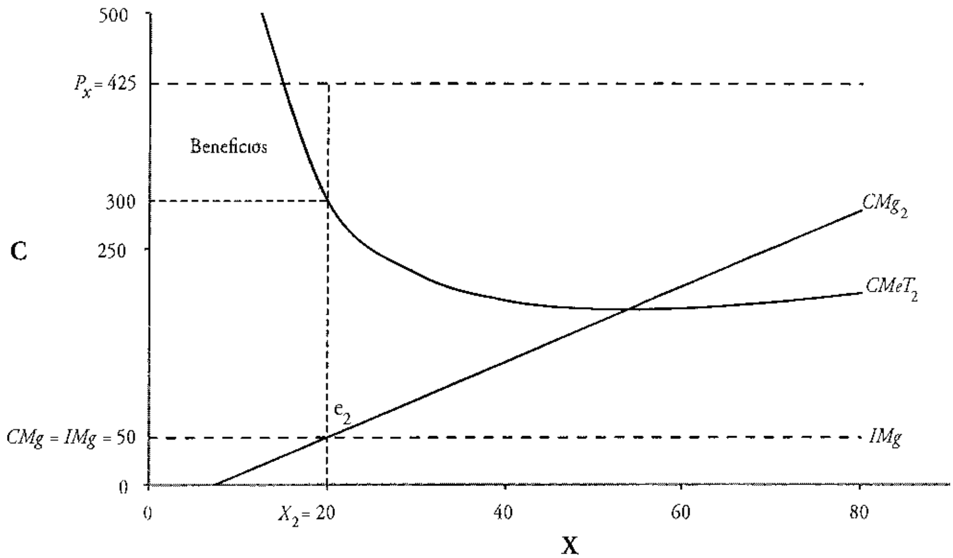
Gráfica 7.1
Mercado total



Gráfica 7.2
Planta 1



Gráfica 7.3
Planta 2



Ejercicio M.2

Dada la siguiente demanda total de un productor monopolista que opera en el corto plazo:

$$Q^D{}_x = X = 60 - P_x,$$

segmentada en dos submercados que la componen con las siguientes funciones de demanda:

$$Q^{D1}{}_x = X_1 = 50 - 0.8\,P_{x1}$$
$$Q^{D2}{}_x = X_2 = 10 - 0.2\,P_{x2},$$

y suponiendo que los costos totales del monopolista tienen la función siguiente

$$CT = 100 + 5X$$

2.1. *Maximice* el beneficio del monopolista suponiendo que opera sin discriminación de precios. Grafique sus resultados.
2.2. *Maximice* el beneficio del monopolista suponiendo que discrimina precios. Grafi-

2.4. Compare el nivel de demanda y el beneficio máximo del monopolista con y sin discriminación de precios

Solución M.2

2.1 Dado que la *maximización* del monopolista que opera sin discriminación de precios se obtiene a partir de la condición de equilibrio $CMg = IMg$, primero deben deducirse sus funciones respectivas:

a) Ingreso marginal.

Dado que la función de la demanda es $Q^D_x = X = 60 - P_x$, su función inversa es:

$$P_x = 60 - X$$

Al sustituir la ecuación anterior en la del ingreso total, $IT = X * P_x$, se obtiene:

$$IT = 60X - X^2$$

Si se deriva la función de ingreso total anterior, se obtiene la del ingreso marginal:

$$IMg = \frac{\delta IT}{\delta X} = 60 - 2X$$

b) Costo marginal

Dada la función de costos totales, $CT = 100 + 5X$, la función del costo marginal correspondiente se obtiene derivando la primera.

$$CMg = \frac{\delta CT}{\delta X} = 5$$

Al igular las dos funciones anteriores, $IMg = CMg$, se obtiene la cantidad de equilibrio correspondiente:

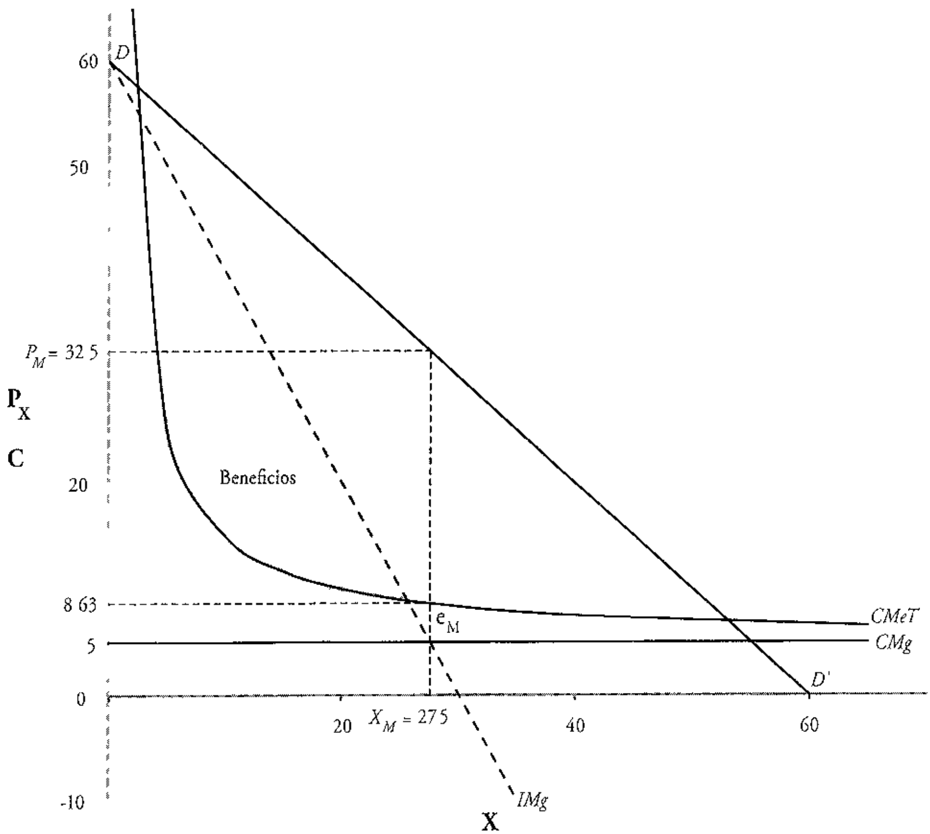
$$60 - 2X = 5$$
$$X = X_M = 27.5$$

Al sustituir la cantidad de equilibrio en la función inversa de la demanda, se obtie-

Dado que los beneficios del monopolista (Bm) son iguales a $IT - CT$, es decir, $(XP_x) - (100 + 5X)$

$$Bm = (27.5 * 32.5) - [100 + 5\,(27.5)]$$
$$Bm = 893.75 - 237.50 = 656.25$$

Gráfica 7.4
Mercado monopólico sin discriminación de precios



2.2. La *maximización* del monopolista que opera con discriminación de precios se obtiene a partir de la condición de equilibrio $IMg_1 = IMg_2 = CMg$

a) Ingresos marginales:

$$P_{x1} = 62.5 - 1.25X_1$$
$$P_{x2} = 50 - 5X_2$$

Al sustituir cada una de las ecuaciones anteriores en la de los ingresos totales respectivos $IT_1 = P_{x1} * X_1$, se obtiene:

$$IT_1 = 62\ 5X_1 - 1\ 25X_1^2$$
$$IT_2 = 50X_2 - 5X_2^2$$

Si se derivan las funciones de ingresos totales anteriores, se obtienen las de los ingresos marginales respectivas

$$IMg_1 = \frac{\delta IT_1}{\delta X} = 62\ 5 - 2.5X_1$$

$$IMg_2 = \frac{\delta IT_2}{\delta X} = 50 - 10X_2$$

b) Costo marginal·

Dada la función de costos totales, $CT = 100 + 5X$, la función del costo marginal correspondiente se obtiene derivando la primera:

$$CMg = \frac{\delta CT}{\delta X} = 5$$

Al igualar la función de costo marginal con cada una de las del ingreso marginal, $CMg = IMg_1$ y $CMg = IMg_2$, obtenemos las cantidades de equilibrio correspondientes

(1) $62.5 - 2\ 5X_1 = 5$
$X_1 = 23$
(2) $50 - 10X_2 = 5$
$X_2 = 4\ 5$

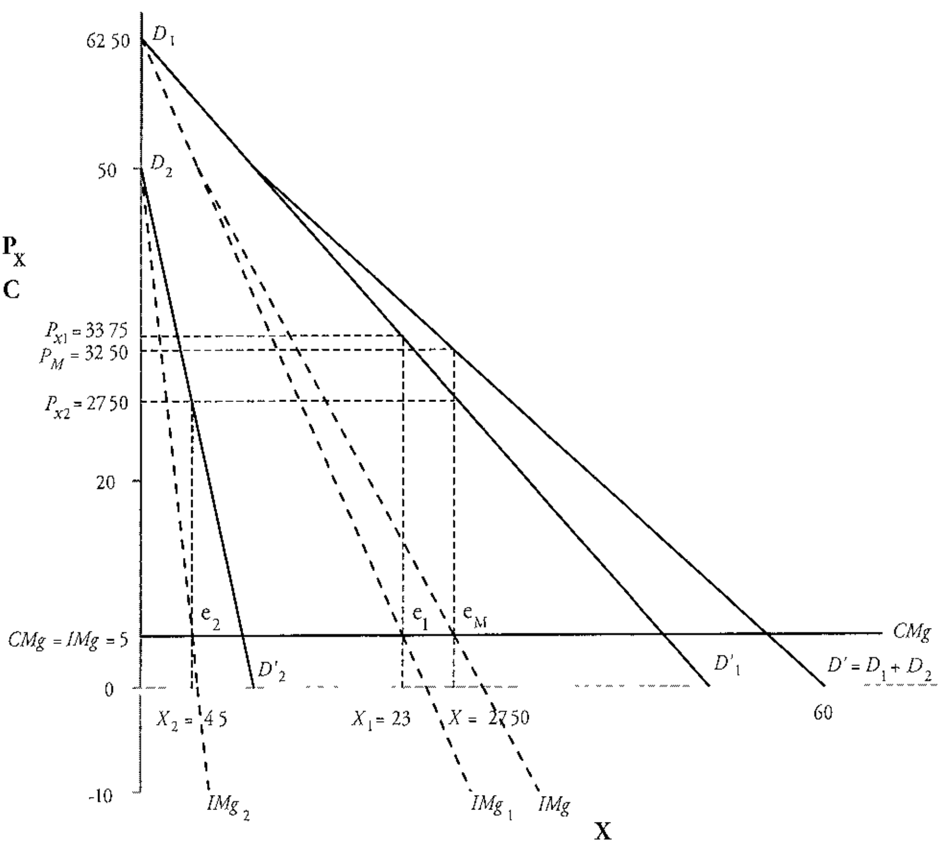
$$X = X_1 + X_2 = 27\ 5$$

Al reemplazar las cantidades de equilibrio anteriores en la función inversa de la demanda respectiva, se obtienen los precios correspondientes·

Dado que los beneficios del monopolista que discrimina (*Bmd*) son iguales a $[(IT_1 + IT_2) - CT]$, es decir, $[(X_1 P_{x1}) + (X_2 P_{x2})] - (100 + 5X)$:

$$Bmd = [(23)\ (33.75)] + [(4\ 5)(\ 27\ 5)] - [100 + 5\ (27\ 5)]$$
$$Bmd = 776.25 + 123.75 - 237.5 = 662.5$$

Gráfica 7.5
Mercado monopólico con discriminación de precios



2 3 Elasticidad-precio = *ep*

$$ep_1 = (dX_1 / dP_{x1})\ (P_{x1} / X_1) = 0.8\ (33.75 / 23) = 1.174$$
$$ep_2 = (dX_2 / dP_{x2})\ (P_{x2} / X_2) = 0.2\ (27.5 / 4.5) = 1.222$$

Con lo que se demuestra la relación inversa existente entre el precio y la elasticidad-precio de la demanda

2.4. La cantidad ofrecida en el mercado total es igual en ambos modelos, con y sin discriminación, $X = 27.5$ Los beneficios son siempre mayores en el caso en que hay discriminación, dado que el monopolista discriminador se apropia de una parte del excedente de los consumidores discriminados

$Bmd = 662.50$
$Bm = 656.25$
Dif. $= 6.25$

Sección II. Ejercicios cuyas soluciones se pueden verificar en el capítulo 9

Ejercicio M.3

Dada la siguiente función de demanda de un mercado monopólico:

$$Q^D_x = X = 1780 - 0.2P_x,$$

que opera con dos plantas en el corto plazo, cuyos costos totales de producción son

$$CT_1 = 1\,512\,500 + 100X_1 + X_1^2$$
$$CT_2 = 777\,500 - 100X_2 + 7.5X_2^2$$

3.1. Calcule el precio de mercado, el volumen de producción total óptimo y su distribución entre ambas plantas
3.2. Calcule el ingreso marginal y el costo marginal que corresponden a los volúmenes de producción respectivos
3.3. Calcule el beneficio máximo del monopolista y su distribución en cada planta.
3.4 Grafique sus resultados

Ejercicio M.4

Dadas las siguientes funciones de demanda de los dos submercados en que la demanda total de un productor monopolista está segmentada:

Si se considera que la demanda total del monopolista es la sumatoria horizontal de las demandas de los dos submercados, ésta se puede representar en los dos segmentos siguientes:

$$Q^D{}_{x=0-37.5} = X = 50 - 0.02\,P_x$$
$$Q^D{}_{x=37.5-100} = X = 100 - 0.1\,P_x,$$

y dada la siguiente función de costos totales del monopolista:

$$CT = 14\,300 - 80X + 2X_2$$

4.1. *Maximice* el beneficio del monopolista suponiendo que opera sin discriminación de precios. Grafique sus resultados

4.2. *Maximice* el beneficio del monopolista suponiendo que discrimina precios. Grafique sus resultados

4.3. Calcule las elasticidades-precio de las demandas y establezca su relación con los precios de equilibrio.

4.4. Compare el nivel de demanda y el beneficio máximo del monopolista con y sin discriminación de precios.

Sección III. Ejercicios no resueltos

Ejercicio M.5

Dada la siguiente función de costo total

$$CT = X^3 - 50X^2 + 1\,000X$$

1.1. Derive la función de costo medio

1.2. ¿A partir de qué punto la función de costo medio es creciente?

1.3. Derive la función de costo marginal.

1.4. ¿A partir de qué punto la función de costo marginal es creciente?

1.5. ¿A qué plazo se refiere esta función costo? Fundamente su respuesta.

1.6. Si la demanda de mercado es $X = 1\,000 - 0.2\,P_x$, y si la función de costos corresponde a un productor monopolista que opera con una sola planta, ¿cuál es el precio y la cantidad de equilibrio?

1.7 Suponiendo un mercado en competencia perfecta en el largo plazo, en el cual cada firma posee una curva de costos como la indicada que le permite obtener todas las economías a escala disponibles para la tecnología existente, ¿cuál sería el precio, la cantidad total producida por cada empresa y por la industria en su conjunto, y el número de empresas en equilibrio?

Capítulo 8
Teoría del mercado oligopólico (O)

Sección I. Ejercicios resueltos

Ejercicio O.1 (oligopolio con colusión)

Suponga un cártel compuesto de dos empresas que producen un producto homogéneo X y que procuran la *maximización* conjunta de los beneficios de la industria, para lo cual crean una agencia central que resolverá sobre la *maximización* de los beneficios

Si se supone que la demanda del mercado es

$$Q^D_x = X = 100 - 0.2P_x,$$

y que las funciones de costos de las dos empresas son, respectivamente,

$$CT_1 = 2994.5 + 40X_1 + X_1^2$$
$$CT_2 = 4687.5 - 50X_2 + 2.5X_2^2$$

1.1. Defina las condiciones que *maximizan* los beneficios de la industria
1.2. Calcule el precio de mercado, el volumen de producción total óptimo y su distribución entre ambos oligopolistas
1.3. Calcule el ingreso marginal y el costo marginal que corresponden a los volúmenes de producción respectivos.
1.4. Calcule el beneficio (conjunto) máximo de la industria oligopólica y su distribución entre los dos oligopolistas.
1.5. Grafique sus resultados

Solución O.1

maximizar los beneficios conjuntos es que los costos marginales de los oligopolistas sean iguales entre sí y, al mismo tiempo, iguales al ingreso marginal común a ellos, esto es, $CMg = IMg = CMg_1 = CMg_2 = \ldots = CMg_n$

1 2. Los oligopolistas que operan con distintas estructuras de costos designan una agencia central en la cual delegan autoridad para resolver no sólo acerca de la cantidad y el precio a que ésta debe venderse para alcanzar los beneficios conjuntos máximos, sino también sobre la distribución tanto de la producción entre los dos miembros del cártel como de los beneficios conjuntos entre ellos. La cantidad que producirá cada oligopolista y el precio de equilibrio a que éstos venderán se pueden obtener por medio de la condición de equilibrio $CMg_1 = CMg_2 = IMg$.

a) Ingreso marginal

Dada la función de demanda $X = 100 - 0\ 2P_x$, su inversa es:

$$P_x = 500 - 5X$$

Al sustituir la ecuación anterior en la del ingreso total, $IT = P_x * X$, se obtiene:

$$IT = 500X - 5X^2$$

Si se deriva la función de ingreso total anterior, se obtiene la del ingreso marginal

$$IMg = \frac{\delta IT}{\delta X} = 500 - 10X = 500 - 10X_1 - 10X_2$$

b) Costo marginal

Dadas las funciones de costos totales de los dos oligopolistas, $CT_1 = 2994\ 5 + 40X_1 + X_1^2$, y $CT_2 = 4687\ 5 - 50X_2 + 2.5X_2^2$, respectivamente, la funciones de los costos marginales correspondientes se obtienen derivando las siguientes funciones:

$$CMg_1 = \frac{\delta CT_1}{\delta X} = 40 + 2X_1$$

$$CMg_2 = \frac{\delta CT_2}{\delta X} = -50 + 5X_2$$

$$(1)\ 40 + 2X_1 = 500 - 10X_1 - 10X_2$$
$$(2)\ -50 + 5X_2 = 500 - 10X_1 - 10X_2$$

$$(1)\ 460 - 12X_1 - 10X_2 = 0$$
$$(2)\ 550 - 10X_1 - 15X_2 = 0$$

Al multiplicar (2) por –1 2, se obtiene

$$\begin{array}{rl} (1) & 460 - 12X_1 - 10X_2 = 0 \\ (2) & \underline{-660 + 12X_1 + 18X_2 = 0} \\ & -200 - \ \ 0X_1 + \ \ 8X_2 = 0 \end{array}$$

$$X_2 = 25$$
$$X_1 = 17.5$$

$$X = 42\ 5$$

Al sustituir X = 42 5 en la ecuación inversa de la demanda, se obtiene su precio·

$$P_x = 500 - 5\,(42\ 5)$$
$$P_x = 287.5$$

1.3. Como $CMg_1 = CMg_2 = IMg$, se puede obtener el valor, que debe resultar el mismo, sustituyendo las cantidades de equilibrio correspondientes en las funciones respectivas

$$CMg_1 = 40 + [2\ (17\ 5)] = 75$$

$$CMg_2 = -50 + [5\ (25)] = 75$$
$$IMg = 500 - [10\ (42\ 5)] = 75$$

1.4 *a)* Los beneficios conjuntos del cártel son iguales a $BT_{oli} = IT - (CT_1 + CT_2)$:

$$IT = P_x X = 287.50 * 42.5 = 12\,218.75$$

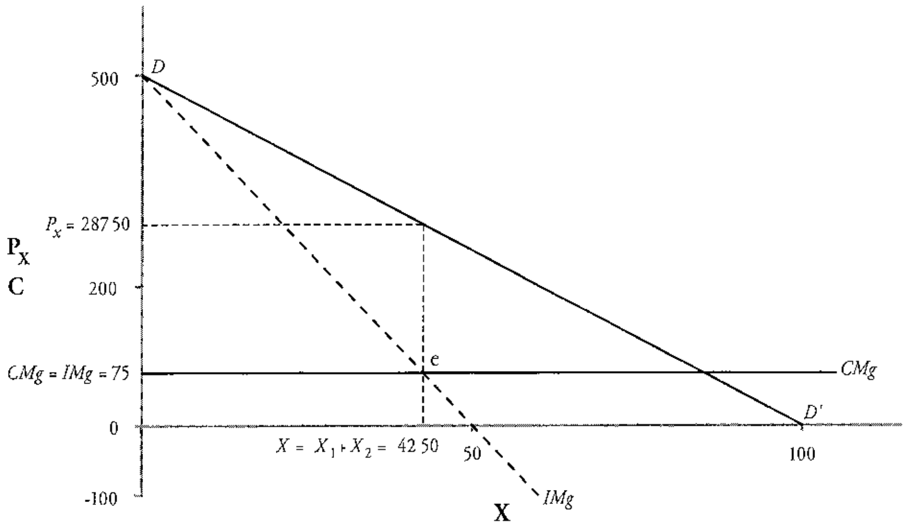
$$CT_1 = 2\,994.5 + [40\ (17.5)] + (17.5)^2 = 4\,000.75$$
$$CT_2 = 4\,687\ 5 - [50\ (25)] + [2\ 5\ (25)^2] = 5\,000$$

$$BT_{oli} = 12\,218.75 - (4\,000.75 + 5\,000) = 3\,218$$

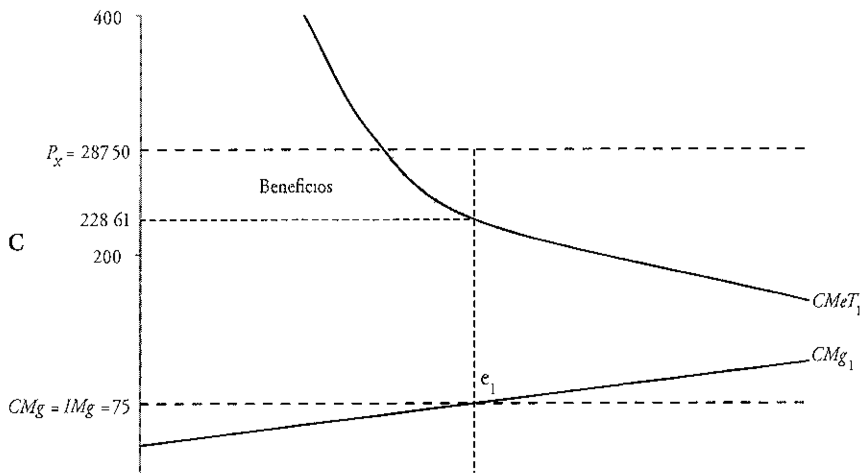
$$\begin{aligned} B_1 = (P_x X_1) - CT_1 &= (287\;5 * 17\;5) - 4\,000.75 &= 1\,030.5 \\ B_2 = (P_x X_2) - CT_2 &= (287.5 * 25) - 5\,000 &= \underline{2\,187.5} \\ & BT_{oli} &= 3\,218 \end{aligned}$$

1.5

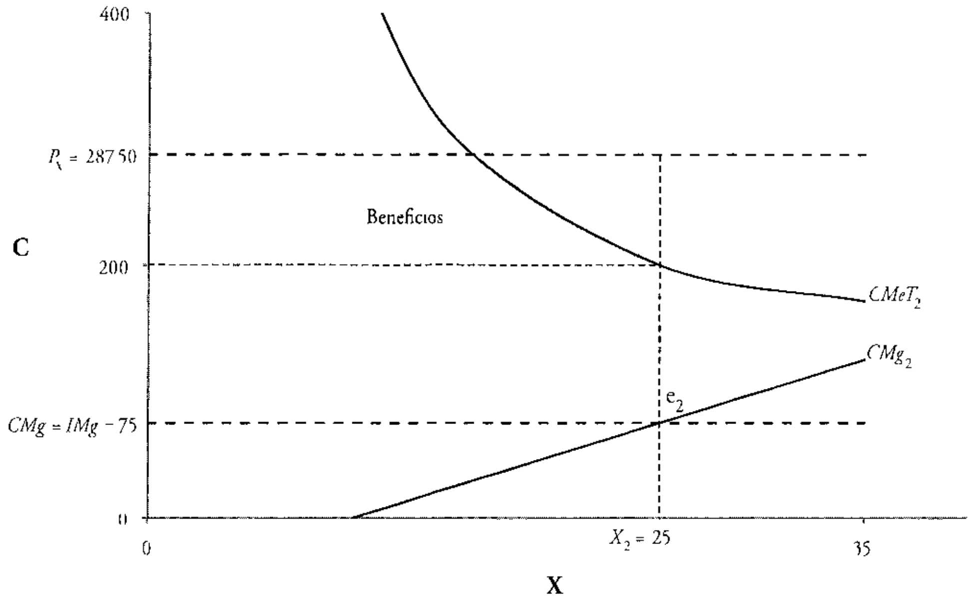
Gráfica 8.1
Mercado oligopólico



Gráfica 8.2
Empresa oligopólica 1



Gráfica 8.3
Empresa oligopólica 2



Sección II. Ejercicios no resueltos

Ejercicio O.2 (oligopolio con colusión)

Suponga un cártel compuesto de dos empresas que producen un producto homogéneo X y que procuran la *maximización* conjunta de los beneficios de la industria, para lo cual crean una agencia central que resolverá sobre la *maximización* de los beneficios

Si se supone que la demanda del mercado es

$$Q^D_x = X = 80 - 0.1\,P_x,$$

y que las funciones de costos de las dos empresas son, respectivamente,

$$CT_1 = 4\,368.75 + 15X_1 + X_1^2$$

1.1. Defina las condiciones que *maximizan* los beneficios de la industria
1.2. Calcule el precio de mercado, el volumen de producción total óptimo y su distribución entre ambos oligopolistas.
1.3. Calcule el ingreso marginal y el costo marginal que corresponden a los volúmenes de producción respectivos
1.4. Calcule el beneficio (conjunto) máximo de la industria oligopólica y su distribución entre los dos oligopolistas
1.5. Grafique sus resultados

Capítulo 9
Solución de ejercicios para comprobar

Teoría del equilibrio (E)

Solución E.4

4.1. Los precios se obtienen igualando las funciones de oferta y demanda del mercado, $Q^O{}_x = Q^D{}_x$

$$1\,000 - P_x = 3100 - 11\,P_x + 0.01\,P_x^2$$
$$1\,000 - P_x - 3100 + 11\,P_x - 0.01\,P_x^2 = 0$$
$$-\,0.01\,P_x^2 + 10\,P_x - 2\,100 = 0$$

Son dos las soluciones de esta ecuación de segundo grado:

$$P_{x1} = 300$$
$$P_{x2} = 700$$

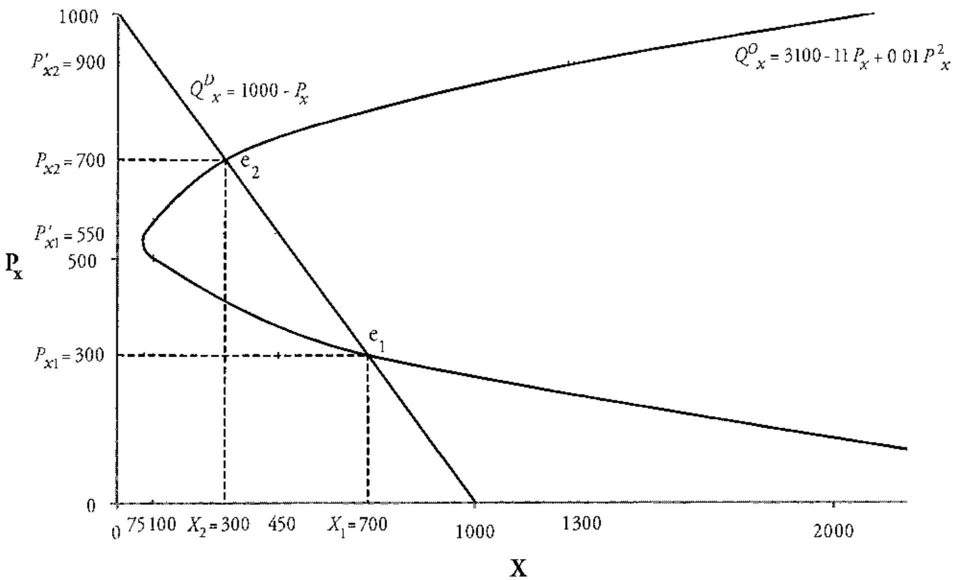
Las cantidades de equilibrio se obtienen remplazando los precios en la función de la oferta o de la demanda

$$Q^D{}_{x1} = X_1 = 1\,000 - P_{x1} = 700$$
$$Q^O{}_{x1} = X_1 = 3\,100 - 11\,P_{x1} + 0.01\,P_{x1}{}^2 = 700$$

$$Q^D{}_{x2} = X_2 = 1\,000 - P_{x2} = 300$$
$$Q^O{}_{x2} = X_2 = 3\,100 - 11\,P_{x2} + 0.01\,P_{x2}{}^2 = 300$$

4.2. Gráfica de los resultados

Gráfica 9.1
Equilibrio de la oferta y la demanda



4 3 El equilibrio existe pues, dado que los precios P_{x1} = 300 y P_{x2} = 700, la oferta es igual a la demanda en ambos puntos. El equilibrio no es único ya que es la oferta una función cuadrática y ésta corta a la curva de demanda en dos puntos Para saber si los equilibrios son estables se aumentan los precios: P'_{x1} = 550, y P'_{x2} = 900:

$$Q^D{}_{x1} = X_1 = 1\,000 - P'_{x1} = 1\,000 - 550 = 450$$
$$Q^O{}_{x1} = X_1 = 3\,100 - 11\,P'_{x1} + 0.01\,P'_{x1}{}^2$$
$$3\,100 - [11\,(550)] + [0.01\,(550)^2] = 75$$

$$Q^D{}_{x2} = X_2 = 1\,000 - P'_{x2} = 300 = 1\,000 - 900 = 100$$
$$Q^O{}_{x2} = X_2 = 3\,100 - 11\,P'_{x2} + 0\,01\,P'_{x2}{}^2$$
$$3\,100 - [11\,(900)] + [0.01\,(900)^2] = 1\,300$$

Debido a que, en el primer equilibrio, la oferta es menor que la demanda, éste no es un equilibrio estable, sin embargo, en el segundo equilibrio, la demanda es ma-

Solución E.5

Situación I

5.1 Los precios de equilibrio se obtienen de igualar las ecuaciones de oferta y demanda de cada mercado y resolviéndolas vía ecuaciones simultáneas:

$$100 - 2P_{x1} + 5P_{x2} = 20 + 2P_{x1} \qquad 300 + 5P_{x1} - 7P_{x2} = -100 + 3P_{x2}$$
$$80 - 4P_{x1} + 5P_{x2} = 0 \qquad 400 + 5P_{x1} - 10P_{x2} = 0$$

$$(1)\ 80 - 4P_{x1} + 5P_{x2} = 0$$
$$(2)\ 400 + 5P_{x1} - 10P_{x2} = 0$$

Se multiplica (1) por 2

$$\begin{array}{ll} (1') & 160 - 8P_{x1} + 10P_{x2} = 0 \\ (2) & \underline{400 + 5P_{x1} - 10P_{x2} = 0} \\ & 560 - 3P_{x1} \qquad\quad = 0 \end{array}$$

$$P_{x1} = 560/3 = 186.666$$

Al sustituir $P_{x1} = 186\ 666$ en (1') o (2), se obtiene P_{x2},

$$P_{x2} = 133\ 333$$

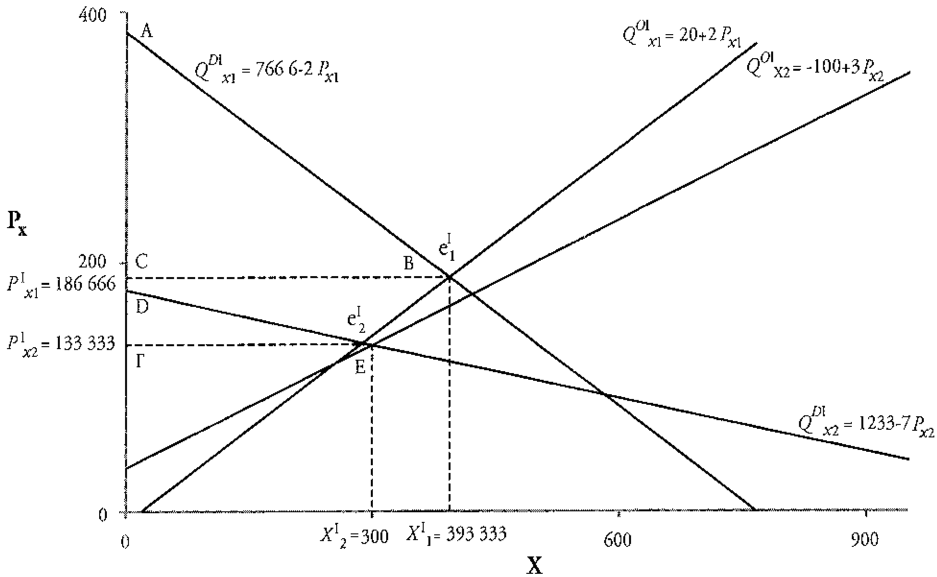
Las cantidades de equilibrio se obtienen sustituyendo los precios en las funciones de oferta o demanda de cada mercado.

$$Q^{OI}{}_{x1} = X_1 = 20 + [2\,(186.666)] = 393.33$$
$$Q^{OI}{}_{x2} = X_2 = -100 + [3\ (133.333)] = 300$$

5 2. Para graficar se consideran las ecuaciones de oferta y demanda de un bien, manteniendo constante el precio del otro bien.

$$Q^{DI}{}_{x1} = X_1 = 100 - 2P_{x1} + 666.666 \qquad Q^{DI}{}_{x2} = X_2 = 300 + 933.333 - 7P_{x2}$$
$$Q^{DI}{}_{x1} = X_1 = 766\ 666 - 2P_{x1} \qquad Q^{DI}{}_{x2} = X_2 = 1\,233.333 - 7P_{x2}$$
$$P_{x1} = 383\ 333 - (1/2)\,X_1 \qquad P_{x2} = 176.19 - (1/7)\,X_2$$

Gráfica 9.2
Equilibrio en los dos mercados



5.3. El ingreso total de los consumidores es $IT^I = (P_{x1} * X_1) + (P_{x2} * X_2)$

$$IT^I = (186\ 66 * 393.333) + (133.333 * 300)$$
$$73\,422\ 218 + 40\,000 = 113\,422.218$$

Situación II

5.4. Los precios de equilibrio se obtienen de igualar las ecuaciones de oferta y demanda de cada mercado y resolviéndolas vía ecuaciones simultáneas

$$500 - 2P_{x1} + 6P_{x2} = 20 + 2P_{x1} \qquad 200 + 6P_{x1} - 7P_{x2} = -100 + 3P_{x2}$$
$$480 - 4P_{x1} + 6P_{x2} = 0 \qquad 300 + 6P_{x1} - 10P_{x2} = 0$$

(1) $480 - 4P_{x1} + 6P_{x2} = 0$
(2) $300 + 6P_{x1} - 10\,\mathrm{P}_{x2} = 0$

Se multiplica (1) por 1.666:

(1') $800 - 6.66P_{x1} + 10P_{x2} = 0$

$$P_{x1} = 1\,100 / 0\ 66 = 1\,650$$

Al sustituir $P_{x2} = 1\,650$ en (1') o (2), se obtiene P_{x2},

$$P_{x2} = 1\,020$$

Las cantidades de equilibrio se obtienen sustituyendo los precios en las funciones de oferta o demanda de cada mercado.

$$Q^{OI}{}_{x1} = X_1 = 20 + [2\ (1\,650)] = 3\,320$$

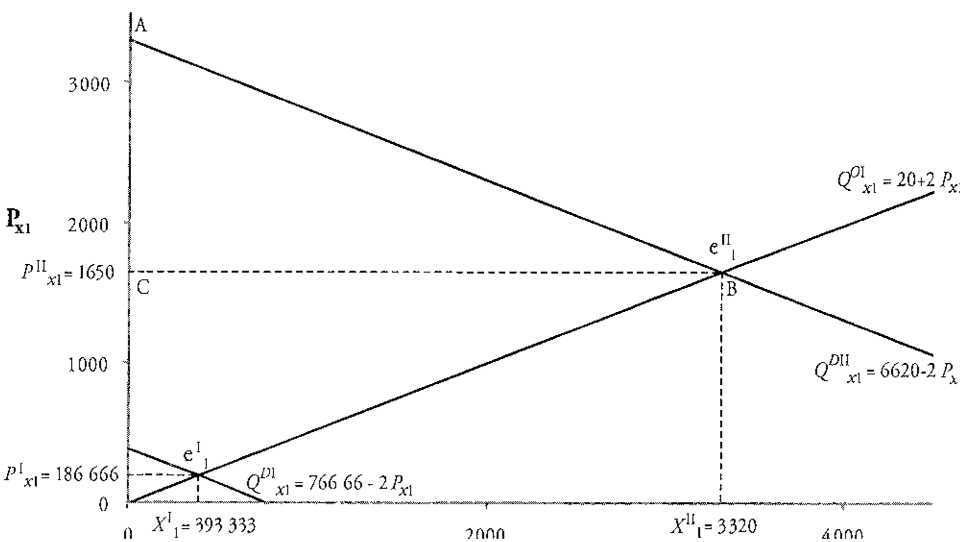
$$Q^{OI}{}_{x2} = X_2 = -100 + [3\ (1\,020)] = 2\,960$$

5.5. Para graficar se consideran las ecuaciones de oferta y demanda de un bien, manteniendo constante el precio del otro bien.

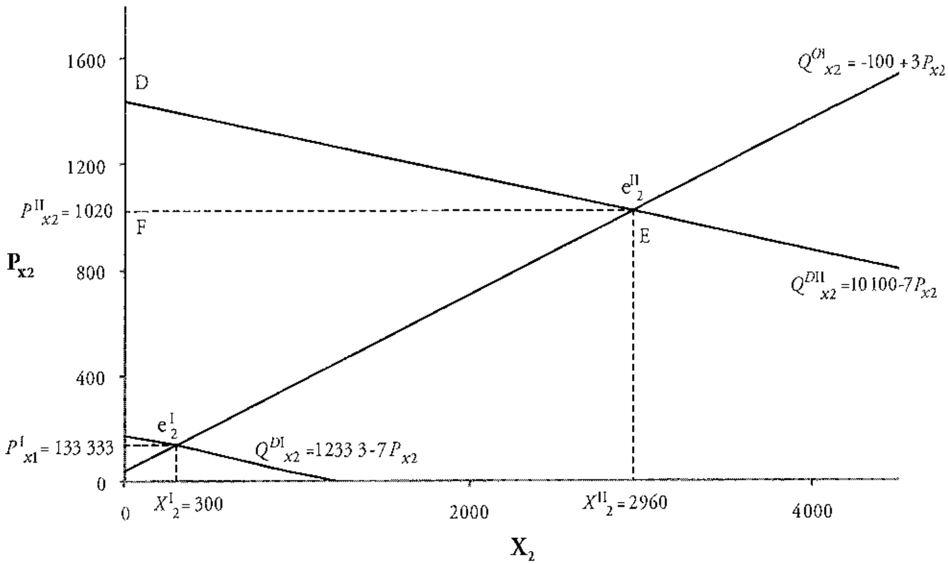
$$Q^{DII}{}_{x1} = X_1 = 500 - 2\,P_{x1} + 6\,120 \qquad Q^{DII}{}_{x2} = X_2 = 200 + 9\,900 - 7\,P_{x2}$$
$$Q^{DII}{}_{x1} = X_1 = 6\,620 - 2\,P_{x1} \qquad Q^{DII}{}_{x2} = X_2 = 10\,100 - 7\,P_{x2}$$
$$P_{x1} = 3\,310 - (1/2)\,X_1 \qquad P_{x2} = 1\,442\ 857 - (1/7)\,X_2$$

$$Q^{OI}{}_{x1} = X_1 = 20 + 2\,P_{x1} \qquad Q^{OI}{}_{x2} = X_2 = -100 + 3\,P_{x2}$$
$$P_{x1} = -10 + (1/2)\,X_1 \qquad P_{x2} = 33.333 + (1/3)\,X_2$$

Gráfica 9.3
Equilibrios I y II en el mercado del bien X_1



Gráfica 9.4
Equilibrios I y II en el mercado del bien X_2



5.6 El ingreso total real de los consumidores correspondiente al equilibrio de la Situación II con los precios del equilibrio de la Situación I es $IT^{II} = (P^{I}_{x1} * X^{II}_1) + (P^{I}_{x2} * X^{II}_2)$

$$IT^{II} = (186.666 * 3320) + (133.333 * 2960)$$
$$619\,733.33 + 394\,666.66 = 1\,014\,400$$

5.7. Dado que las curvas de la demanda de mercado de los dos bienes, X_1 y X_2, en las situaciones I y II, son lineales, es decir, tienen la forma $Q^D_x = b_0 - b_1 P_x$, la fórmula de la elasticidad-precio de la demanda es $ep = -b_1 P/Q$:

$$ep^{I}_{x1} = \frac{\delta X_1}{\delta P_{x1}} * \frac{P_{x1}}{X_1} = 2 * \frac{186\ 666}{393.333} = 0\ 949 \qquad \text{Inelástica}$$

$$ep^{I}_{x2} = \frac{\delta X_2}{\delta P_{x2}} * \frac{P_{x2}}{X_2} = 7 * \frac{133\ 333}{300} = 3\ 111 \qquad \text{Elástica}$$

$$ep^{II}_{x1} = \frac{\delta X_1}{\delta P_{x1}} * \frac{P_{x1}}{X_1} = 2 * \frac{1\,650}{3\,320} = 0.994 \qquad \text{Inelástica}$$

Dado que las curvas de la oferta de mercado de los bienes, X_1 y X_2, son también lineales, es decir, tienen la forma $Q^O_x = b_0 + b_1 P_x$, la fórmula de la elasticidad-precio de la oferta es $ep^O = b_1 P/Q$:

$$ep^{OI}{}_{x1} = \frac{\delta X_1}{\delta P_{x1}} * \frac{P_{x1}}{X_1} = 2 * \frac{186\,666}{393\,333} = 0.949 \qquad \text{Inelástica}$$

$$ep^{OI}{}_{x2} = \frac{\delta X_2}{\delta P_{x2}} * \frac{P_{x2}}{X_2} = 3 * \frac{133.333}{300} = 1\,333 \qquad \text{Elástica}$$

5.8. El excedente de los consumidores es igual a la diferencia entre la cantidad de dinero que un consumidor paga efectivamente para adquirir una cierta cantidad de un bien X y la cantidad que estaría dispuesto a pagar para no privarse de ese bien

Para $X'_1 = 393.333$ y $P'_{x1} = 186.666$, el excedente del consumidor representa el área del triángulo ABC de la gráfica 9.2 y es igual a $[(393.333) * (383.333 - 186.666)]/2 = 38\,677.777$

Para $X''_1 = 3\,320$ y $P''_{x1} = 1\,650$, el excedente del consumidor representa el área del triángulo ABC de la gráfica 9.3 y es igual a $[(3\,320) * (3\,310 - 1\,650)]/2 = 2\,755\,600$.

Para $X'_2 = 300$ y $P'_{x2} = 133\,333$, el excedente del consumidor representa el área del triángulo DLF de la gráfica 9.2 y es igual a $[(300) * (176.19 - 133.333)]/2 = 6\,428.571$.

Para $X''_2 = 2\,960$ y $P''_{x2} = 1\,020$, el excedente del consumidor representa el área del triángulo DEF de la gráfica 9.4 y es igual a $[(2\,960) * (1\,442.857 - 1\,020)]/2 = 625\,828.36$

5.9. La elasticidad ingreso se define como el cambio proporcional en la cantidad demandada resultante de un cambio proporcional en el ingreso.

Dado que $\delta X_1 = X''_1 - X'_1 = 3\,320 - 393.333 = 2\,926.666$;
$\delta X_2 = X''_2 - X'_2 = 2\,960 - 300 = 2\,660$; y
$\delta IT = IT'' - IT' = 1\,014\,400 - 113\,422.218 = 900\,977.782$

$\delta X_1 \quad IT' + IT'' \quad 2\,926\,666 \quad (113\,422.218 + 1\,014\,400)$

X_1 es un bien normal y de primera necesidad

$$e_{IT-x2} = \frac{\delta X_2}{\delta IT} * \frac{IT^{I} + IT^{II}}{X^{I}_2 + X^{II}_2} = \frac{2\,660}{900\,977.728} * \frac{(113\,422.218 + 1\,014\,400)}{(300 + 2\,960)} = 1\ 123$$

X_2 es un bien normal y suntuario

3.10 La *elasticidad cruzada de la demanda* se define como el cambio proporcional en la cantidad demandada del bien X_i que resulta de un cambio proporcional en el precio del bien X_j.

Bien	*Situación I*		*Situación II*	
	Precio P_{xi}	*Cantidad X_i*	*Precio P_{xi}*	*Cantidad X_i*
X_1	186.66	393 33	1 650	3 320
X_2	133 33	300	1 020	2 960

$$e_{x1-x2} = \frac{\delta X_1}{\delta P_{x2}} * \frac{P_{x2}}{X_1} = \frac{2\,926\ 66}{886.66} * \frac{186\ 66}{393.33} = 1\ 566$$

$$e_{x2-x1} = \frac{\delta X_2}{\delta P_{x1}} * \frac{P_{x1}}{X_2} = \frac{2\,660}{1\,463.33} * \frac{186.66}{300} = 1\ 131$$

X_1 y X_2 son bienes sustitutos

Teoría de la demanda (D)

Solución D. 4

4 1 *1)* La utilidad marginal de un bien se obtiene derivando la función de utilidad respecto a ese bien

$$UMg_x = \frac{\delta U}{\delta X} = 2XY^2$$

2) La tasa marginal de sustitución del bien Y respecto del bien X se obtiene del cociente de las utilidades marginales estos bienes:

$$UMg_x = \frac{\delta U}{\delta X} = 2X^2Y$$

4.2. Si $U_1 = 1\,000\,000$, entonces, $1\,000\,000 = X^2Y^2$

$$U_1 = 1\,000 = XY$$
$$Y = 1\,000 / X$$

Si $U_2 = 1\,210\,000$, entonces, $1\,210\,000 = X^2Y^2$

$$U_2 = 1\,100 = XY$$
$$Y = 1\,100 / X$$

4.3. La ecuación de la recta de presupuesto se deriva de la ecuación de la restricción del ingreso del consumidor, $IT = P_xX + P_yY$; despejando Y: $Y = (1 / P_y)\, IT - (P_x / P_y)\, X$. Para $P_x = \$10$, $P_y = \$5$ e $IT = \$500$, esta ecuación resulta en:

$$Y = (1 / 5) * 500 - (10 / 5)\, X$$
$$Y = 100 - 2X$$

Ésta es una línea recta con pendiente –2, cortando al eje que se presenta el bien Y en $IT / P_y = \$500 / \$5 = 100$, y al eje de X en $IT / P_x = \$500 / \$10 = 50$

4.4. Dada la condición de equilibrio $TMSxy = Y / X = P_x / P_y$, entonces,

$$YP_y = XP_x$$

Al sustituir la relación anterior en la ecuación de presupuesto se obtienen las cantidades de ambos bienes que *maximizan* la utilidad del consumidor

$$IT = XP_x + XP_x$$
$$IT = 2\,(XP_x)$$
$$X = IT / (2\,P_x) = 500 / (2 * 10) = 25$$

$$IT = YP_y + YP_y$$
$$IT = 2\,(YP_y)$$
$$Y = IT / (2\,P_y) = 500 / (2 * 5) = 50$$

Si se sustituyen las cantidades de equilibrio en la función de utilidad, se obtiene el nivel de utilidad correspondiente:

$$U = 25^2 * 50^2$$
$$U = 625 * 2\,500 = 1\,562\,500$$

4.5. Dada la ecuación de la recta de presupuesto, $IT = XP_x + YP_y$, para $P_x = \$5$, $P_y = \$5$ e $IT = \$500$, se obtiene la ecuación de la nueva recta de presupuesto

$$500 = 5X + 5Y$$
$$Y = (500/5) - (5/5X)$$
$$Y = 100 - X$$

Si $X = 0$, entonces, $Y = 100$
Si $Y = 0$, entonces, $X = 100$

Al sustituir la condición de equilibrio, $YP_y = XP_x$, los precios e ingreso en la ecuación de presupuesto, se obtienen las nuevas cantidades que *maximizan* la utilidad del consumidor:

$$IT = XP_x + XP_x$$
$$IT = 2\,(XP_x)$$
$$X = IT/(2P_x) = 500/(2 * 5) = 50$$

$$IT = YP_y + YP_y$$
$$IT = 2\,(YP_y)$$
$$Y = IT/(2P_y) = 500/(2 * 5) = 50$$

Si se sustituyen las nuevas cantidades de equilibrio en la función de utilidad se obtiene el nivel de utilidad correspondiente:

$$U = 50^2 * 50^2 = 2\,500 * 2\,500 = 6\,250\,000$$

4.6 El *efecto total* es la variación en la cantidad consumida de un bien ante cambios en el precio de éste:

$$ET = 50 - 25 = 25$$

El *efecto sustitución* es la variación en la cantidad consumida del bien ante cambios en el precio de éste, pero manteniendo el nivel de ingreso real del consumidor, o sea, igual nivel de satisfacción

El *efecto ingreso* representa la variación en la cantidad consumida por un cambio en el ingreso real del individuo.

$1\,562\,500 = X^2\ Y^2$, se obtienen las respectivas nuevas cantidades de los bienes como sigue:

$$1\,562\,500 = X^2 X^2 = X^4$$
$$X = 35.35$$

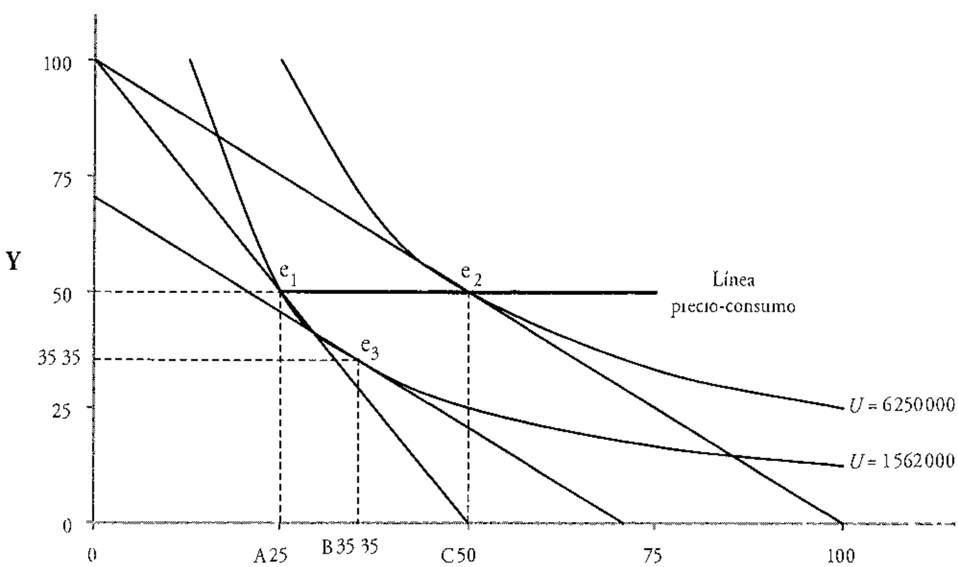
$$1\,562\,500 = Y^2\, Y^2 = Y^4$$
$$Y = 35.35$$

Con la información anterior es posible calcular el efecto sustitución y el efecto ingreso cuando el precio del bien X pasa de P_x = \$10 a P_x = \$5:

$$ES = (\text{B} - \text{A}) = 35.3553 - 25 = 10.35$$
$$EI = (\text{C} - \text{B}) = 50 - 35.3553 = 14.65$$
$$ET = (\text{C} - \text{A}) = 25$$

4 7.

Gráfica 9.5
Línea precio-consumo y el efecto sustitución, efecto ingreso y efecto total



4.8. La curva de demanda del consumidor para la mercancía X se deduce de los pares de precio y cantidad definidos por los puntos de equilibrio que se encuentran sobre la línea de precio-consumo. Si se considera que los puntos de equilibrio son e_1 ($P_{x1} = 10, X_1 = 25$) y e_2 ($P_{x2} = 5, X_2 = 50$), y que la demanda es lineal, la ecuación de su curva es:

$$X = 75 - 5P_x,$$

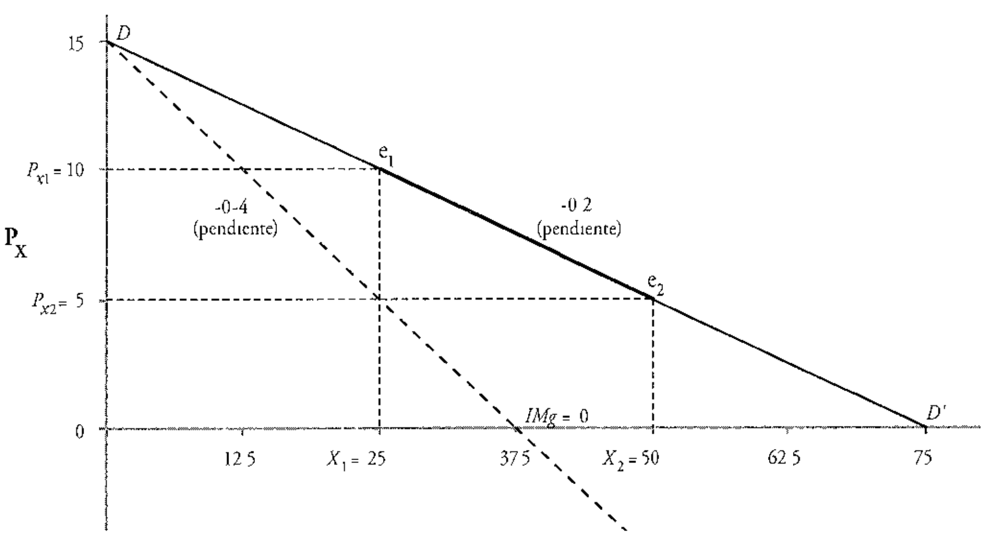
y su inversa

$$P_x = 15 - 0.2X$$

La *curva de ingreso marginal* es una línea recta cuya ordenada al origen es la misma que la de la curva de la demanda, cuya pendiente es el doble que la de ésta. Su ecuación se obtiene derivando el ingreso total, $IT = XP_x$, respecto a X. Esto es

$$IT = XP_x = X(15 - 0.2X) = 15X - 0.2X^2$$
$$IMg = \delta IT / \delta X = 15 - 0.4X$$

Gráfica 9.6
Demanda del consumidor (mercado)
e ingreso marginal



Solución D.5

Las fórmulas de las elasticidades–arco de la demanda son

Elasticidad-arco precio = $ep = dQ / dP * [(P_0 + P_n) / (Q_0 + Q_n)]$

Elasticidad-arco ingreso = $e_I = dQ / dI * [(I_0 + I_n) / (Q_0 + Q_n)]$

Elasticidad-arco cruzada = $e_{ab} = dQ_a / dP_b * [(P_{b-0} + P_{b-n}) / (Q_{a-0} + Q_{a-n})]$

Elasticidades-arco precio de la demanda:

$ep_{-a}\,(t_0 - t_1) = (-0.5 / -1) * (17 / 11\ 5) = 0\ 74$

A es inelástico respecto a su precio.

$ep_{-b}\,(t_0 - t_2) = (-1\ 5 / -3) * (27 / 8.6) = 1.67$

B es elástico respecto a su precio

Elasticidades-arco ingreso de la demanda:

$e_{I-a}\,(t_0 - t_3) = (0\ 5 / -5\,000) * (11\,000 / 11.5) = -0.1$

A es un bien inferior en $(t_0 - t_3)$.

$e_{I-b}\,(t_0 - t_6) = (-0\ 4 / -5\,000) * (11\,000 / 6\ 6) = 0\ 133$

B es un bien normal y necesario en $(t_0 - t_6)$.

Elasticidades-arco cruzadas de la demanda·

$e_{a-b}\,(t_0 - t_4) = (0.5 / 7) * (37 / 11.5) = 0.23$

A es sustituto de B en $(t_0 - t_4)$.

$e_{b-a}\,(t_0 - t_5) = (1.6 / 9) * (27 / 8.6) = 0.56$

B es sustituto de A en $(t_0 - t_5)$.

Teoría de la producción (P)

Solución P.4

$$X = 10\, K^{1/4} L^{1/4}$$

$$X^* = 10\, (\varphi K)^{1/4}\, (\varphi L)^{1/4} = \varphi^{1/2}\, (10\, K^{1/4}\, L^{1/4}) = \varphi^{1/2} X$$

4.2. Esta función tiene rendimientos decrecientes a escala, porque la suma de los exponentes de los factores $v = (1/4 + 1/4) = 1/2 < 1$, lo que implica que un incremento de ambos factores en una cantidad dada e igual para ambos aumentará la producción en forma proporcionalmente menor a ese incremento

4.3.

$$PMeL = \frac{10K^{1/4}L^{1/4}}{L} = 10K^{1/4}L^{-3/4}$$

$$PMeK = \frac{10K^{1/4}L^{1/4}}{K} = 10K^{-3/4}L^{1/4}$$

$$PMgL = \frac{\delta X}{\delta L} = 2\ 5K^{1/4}L^{-3/4} = \frac{1}{4}\,(PMeL)$$

$$PMgK = \frac{\delta X}{\delta L} = 2.5K^{-3/4}L^{1/4} = \frac{1}{4}\,(PMeK)$$

El producto marginal de cualquier factor de producción es igual al producto medio de ese factor multiplicado por el exponente de ese factor en la función de producción.

4 4. La tasa marginal de sustitución técnica del capital por el trabajo representa la cantidad de insumo capital que puede ser sustituido si se emplea una unidad adicional de insumo trabajo, de modo tal que el volumen físico del producto total no se altere

$$TMgT_{KL} = \frac{PMgL}{PMgK} = \frac{2.5K^{1/4}L^{-3/4}}{2.5K^{-3/4}L^{1/4}} = \frac{K}{L}$$

4.5. La condición de equilibrio es $TMgST_{KL} = w / r$.

$$TMgT_{KL} = \frac{w}{r} = \frac{K}{L} = \frac{1}{3}$$

4.6. Sabemos que las funciones de costo son funciones derivadas que se deducen de la función de producción De aquí que las funciones de costo se tengan que expresar en términos de la de producción. Se empieza por reemplazar los precios de los factores $w = 1$ y $r = 3$ en la restricción de costos:

$$CT = w\,L + r\,K = L + 3\,K$$

Al sustituir la condición de equilibrio en la ecuación anterior, se obtiene:

$$CT = L + 3\,(1/3\,L) = 2\,L$$

$$L = \frac{CT}{2}$$

$$CT = (3\,K) + 3\,K = 6\,L$$

$$K = \frac{CT}{6}$$

Al sustituir L y K en la función de producción, $X = 10\,K^{1/4}\,L^{1/4}$, obtenemos la función de costo total y, a partir de esta última, las otras funciones:

$$X = 10\,K^{1/4}L^{1/4} = [10\,(CT/6)^{1/4}]\,(CT/2)^{1/4} = [10\,(1/6)^{1/4}]\,(1/2)^{1/4}\,CT^{1/2}$$
$$X = [10\,(0\ 639)]\,(0.841)\,CT^{1/2} = 5\ 373\,CT^{1/2}$$

Costo total· $CT = (X/5\ 373)^2 = (0\ 186X)^2 = 0\ 0346X^2$

Costo medio total: $CMeT = \dfrac{CT}{X} = 0\ 0346X$

Costo marginal. $CMg = \dfrac{\delta CT}{\delta X} = 0.0693X$

Todos los costos son crecientes. Los costos marginales son siempre mayores que los costos medios totales Las situación es de largo plazo dado que todos los factores son variables y hay rendimientos decrecientes a escala o, lo que es lo mismo, costos medios crecientes a largo plazo.

4.7. Al considerar que uno de los factores es constante, $K = 100$, se presenta una situación de corto plazo Al igual que en la situación anterior, hay que deducir la función

$$CT = 100\,r + L\,w = 300 + L$$
$$L = CT - 300$$

Al reemplazar L y K en la función de producción se obtiene la función de costos totales y, a partir de esta última, todas las otras funciones de costos

$$X = 10\,K^{1/4} L^{1/4} = 10\,(100)^{1/4} L^{1/4} = 31\ 6227\,L^{1/4}$$

$$L = \left(\frac{X}{31\ 6227} \right)^4 = \frac{X^4}{10^6}$$

$$L = \frac{X^4}{10^6} = CT - 300$$

Costo total $CT = 300 + \dfrac{X^4}{10^6}$

Costo fijo total: $CFT = 300$

Costo variable total $CVT = \dfrac{X^4}{10^6}$

Costo medio total $CMeT = \dfrac{CT}{X} = \dfrac{300}{X} + \dfrac{X^3}{10^6}$

Costo medio fijo: $CMeF = \dfrac{CFT}{X} = \dfrac{300}{X}$

Costo medio variable $CMeV = \dfrac{CVT}{X} = \dfrac{X^3}{10^6}$

Costo marginal $CMg = \dfrac{\delta CT}{\delta X} = 4\left(\dfrac{X^3}{10^6} \right)$

Los costos medios fijos disminuyen cuando aumenta la producción. Los costos medios totales disminuyen para luego incrementarse a partir del punto mínimo. Los restantes costos se incrementan La situación es de corto plazo porque existe un factor fijo que implica costos fijos, y, dado que la función de producción presenta rendimientos decrecientes a escala en el largo plazo, éstos se suman al efecto

Solución P.5

5.1. El *producto medio* de un factor de producción es el volumen físico total producido entre la cantidad empleada de un factor dado. Hay tantos productos medios como factores se emplean en la producción.

El *producto marginal* de un factor de producción es el cambio resultante en el volumen físico de la producción como consecuencia de la última unidad empleada del factor considerado, suponiendo que el factor es perfectamente divisible, que esta última unidad es muy pequeña y que todos los demás factores se mantienen constantes.

$$PMeL = \frac{X}{L} = 10L^{-1/4}K^{1/2}$$

$$PMeK = \frac{X}{K} = 10L^{3/4}K^{-1/2}$$

$$PMgL = \frac{\delta X}{\delta L} = 7.5L^{-1/4}K^{1/2} = \frac{3}{4}\ PMeL$$

$$PMgK = \frac{\delta X}{\delta L} = 5L^{3/4}K^{-1/2} = \frac{1}{2}\ (PMeK)$$

5.2. La relación técnica de sustitución del capital por el trabajo representa la cantidad del insumo capital que puede ser sustituido al emplearse una unidad adicional del insumo trabajo, tal que el volumen físico del producto total elaborado no se altere

$$TMgST_{KL} = \frac{PMgL}{PMgK} = \frac{7.5L^{-1/4}K^{1/2}}{5L^{3/4}K^{-1/2}}$$

$$TMgST_{KL} = 1.5\ \frac{K}{L}$$

5.3. Los rendimientos a escala que tiene la función de producción son:

$(3/4) + (1/2) = 5/4 = 1.25 > 1$ rendimientos crecientes a escala

5.4. *a)* La ecuación general de las isocuantas se obtiene despejando K de la función de

$$K^{1/2} = \frac{X}{10L^{3/4}}$$

$$K = \left(\frac{X}{10L^{3/4}}\right)^2 = \frac{X^2}{10L^{3/2}}$$

$$K = \frac{0.01X^2}{L^{3/2}} = 0.01X^2L^{-3/2}$$

b) Para $X = 100$, la ecuación de la isocuanta es

$$K_{x=100} = 0.01\,(100)^2\,L^{-3/2} = 100\,L^{-3/2} = \frac{100}{L^{3/2}}$$

Para $X = 200$, la ecuación es:

$$K_{x=200} = 0.01\,(200)^2\,L^{-3/2} = 400\,L^{-3/2} = \frac{400}{L^{3/2}}$$

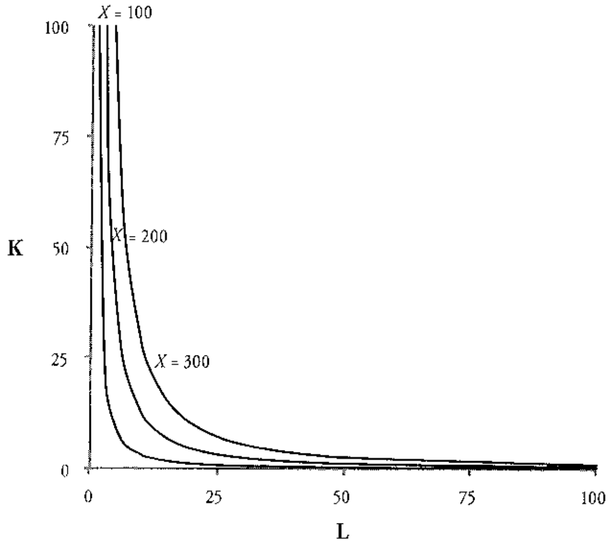
Para X = 300, la ecuación es:

$$K_{x=300} = 0\ 01\,(300)^2\,L^{-3/2} = 900\,L^{-3/2} = \frac{900}{L^{3/2}}$$

Para graficarlas hay que tomar los siguientes valores de L

L	$K_{x=100}$	$K_{x=200}$	$K_{x=300}$
1 000	100.000	400 000	900 000
5 000	8 944	35 777	80 498
6 310	6 310		
10.000	3.162	12 649	28 460
10 986		10 986	
15 000	1 721	6 885	15 492
15 195			15 195
20 000	1 118	4 472	10.062
25.000	0 800	3 200	7 200
30 000	0 608	2 434	5 477
35 000	0.483	1 932	4 346
40 000	0 395	1.581	3 557
45 000	0 331	1 325	2 985

Gráfica 9.7
Isocuantas (niveles de X: 100, 200 y 300)

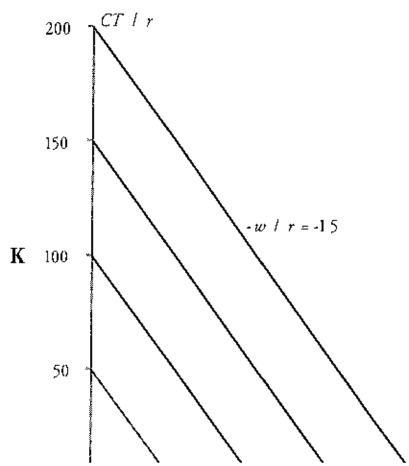


5.5. La *curva de isocosto* es el lugar geométrico de todas las combinaciones de factores que la empresa puede comprar con un determinado desembolso monetario.
Ya que los precios de los factores son w = \$1.5 y r = \$1, la función de isocosto es

$CT = w\,L + r\,K = 1.5\ L + K$

$K = CT - 1\ 5\ L$

Gráfica 9.8
Mapa de rectas de isocosto



5.6.a. Las cantidades de los factores que representan la combinación óptima (el equilibrio de la empresa) para cualquier nivel de producción se obtienen a partir de la condición de equilibrio

$$TMgT_{KL} = \frac{PMgL}{PMgK} = \frac{w}{r}$$

$$TMgT_{KL} = 1\ 5\frac{K}{L} = \frac{1.5}{1}$$

$$K = L$$

Al reemplazar cada uno de los niveles de producción y la condición de equilibrio en la función de producción, $X = 10\ L^{3/4}\ K^{1/2}$, se obtienen las cantidades óptimas de los factores para cada uno de los niveles mencionados:

Para $X = 100$

$$100 = 10\ K^{3/4}\ K^{1/2} = 10\ K^{5/4}$$
$$10 = K^{5/4}$$
$$K = 10^{4/5}$$

$K = 6.3095$; dado que $K = L$, entonces,
$L = 6\ 3095$

Comprobación

$$100 = 10\ (6\ 3095)^{3/4}\ (6.3095)^{1/2}$$
$$100 = 10\ (3.981)\ (2.5118)$$

Para $X = 200$

$$200 = 10\ K^{3/4}\ K^{1/2} = 10\ K^{5/4}$$
$$20 = K^{5/4}$$
$$K = 20^{4/5}$$

$K = 10.9856$, dado que $K = L$, entonces,
$L = 10.9856$

Comprobación:

$$200 = 10\ (10.9856)^{3/4}\ (10.9856)^{1/2}$$
$$200 = 10\ (6.034)\ (3\ 3144)$$

Para $X = 300$:

$$300 = 10\ K^{3/4}\ K^{1/2} = 10\ K^{5/4}$$
$$30 = K^{5/4}$$
$$K = 30^{4/5}$$

$K = 15\ 1948$; dado que $K = L$, entonces,
$L = 15\ 1948$

5.6 b. Dada la ecuación de costos, $CT = w\,L + r\,K$, y los precios de los factores, $w = 1\ 5$ y $r = 1$, los niveles de costo para $X = 100$, 200 y 300 son:

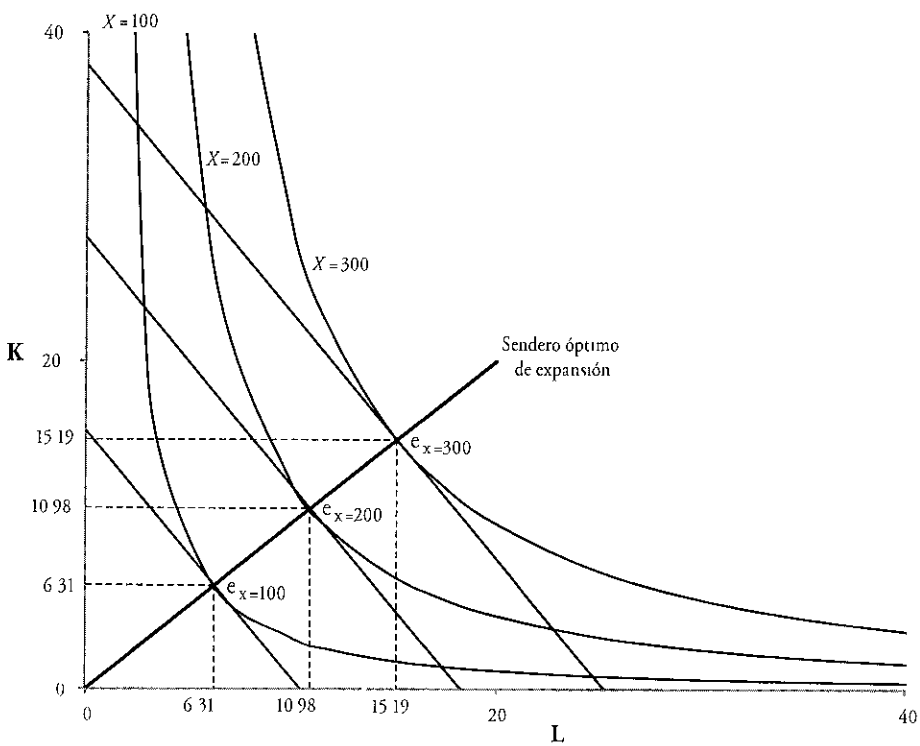
Para $X = 100$: $CT = 1.5\ (6.3095) + 6\ 3095 = 15.7739$

Para $X = 200$: $CT = 1\ 5\ (10.9856) + 10.9856 = 27.464$

Para $X = 300$ $CT = 1.5\ (15.1948) + 15.1948 = 37\ 9871$

5.6 c.

Gráfica 9.9
Equilibrio de la empresa y sendero de expansión



5 7 Al sustituir la condición de equilibrio, $K = L$, y los precios de los factores, $w = 1.5$ y $r = 1$, en la ecuación de costos, se obtiene.

$$CT = 1\ 5\ K + K = 2.5\ K$$
$$K = CT / 2.5$$

Al reemplazar esta relación en la función de producción, se obtiene la función de costos totales y, a partir de ésta, es posible obtener las otras funciones.

$$X = 10\ (CT/2.5)^{3/4}\ (CT/2.5)^{1/2} = 10\ (CT/2.5)^{5/4}$$
$$X = 10\ (1/2.5)^{5/4}\ CT^{5/4} = 10\ (0.4)^{5/4}\ CT^{5/4}$$
$$X = 10\ (0.3181)\ CT^{5/4} = 3.181\ CT^{5/4}$$

$$CT = \left(\frac{X}{3.181}\right)^{4} = \frac{X^{4/5}}{2.5238}$$

Costo total: $CT = 0.3962 X^{4/5}$

Costo medio total $CMeT = \dfrac{CT}{X} = \dfrac{0.3962 X^{4/5}}{X} = 0\ 3962 X^{-1/5}$

Costo marginal $CMg = \dfrac{\delta CT}{\delta X} = 4/5\,(0.3962)\,X^{-1/5} = 0.3169 X^{-1/5}$

Los costos medios totales y marginales son decrecientes y reflejan una situación de largo plazo con rendimientos crecientes a escala.

5.8. Para los niveles de producción $X = 0$, $X = 100$, $X = 200$ y $X = 300$, los costos totales, costos medios totales y costos marginales son

X	CT	$CMeT$	CMg
0	0	∞	∞
100	15.774	0 1577	0 1262
200	27 464	0 1373	0 1098
300	37 987	0 1266	0 1013

5 9. Si se supone que K es fijo y es = 6.3095, las cantidades del factor trabajo que se requerirían para los niveles de producción $X = 100$, $X = 200$ y $X = 300$ se obtienen de la siguiente manera.

Para $X = 100$

$$X = 100 = 10\ L^{3/4}\ (6.3095)^{1/2} = 25.1189\ L^{3/4}$$

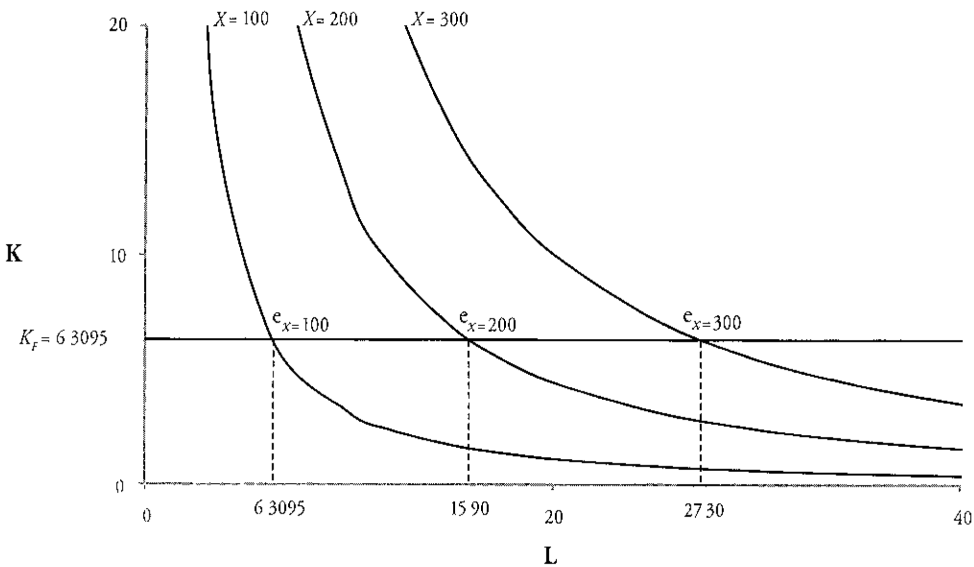
Para $X = 200$

$$X = 200 = 10\, L^{3/4}\, (6.3095)^{1/2} = 25.1188\, L^{3/4}$$
$$L^{3/4} = (200/25.1188) = 7.9621$$
$$L = (7\ 9621)^{4/3} = 15\ 90$$

Para $X = 300$:

$$X = 300 = 10\, L^{3/4}\, (6\ 3095)^{1/2} = 25.1188\, L^{3/4}$$
$$L^{3/4} = (300/25.1188) = 11.9432$$
$$L = (11\ 9432)^{4/3} = 27.30$$

Gráfica 9.10
Equilibrio de la empresa: caso $K_F = 6.3095$
(Niveles de X: 100, 200 y 300)



5 10 Dado que $K = 6\ 3095$ es constante, la situación corresponde al corto plazo. Las funciones de costo total, costo fijo total, costo variable total, costo medio total, costo medio fijo, costo medio variable y costo marginal se obtienen de la siguien-

Primero, se sustituyen los valores de w, r y K en la ecuación de costos

$$CT = 1.5\,L + 6.3095$$
$$L = (CT / 1.5) - (6.3095 / 1.5) = 0.6666\,CT - 4.2063$$

Segundo, reemplazando L y K en la función de producción, $X = 10\,L^{3/4}\,K^{1/2}$, se obtiene:

$$X = 10\,(0.6666\,CT - 4.2063)^{3/4}\,(6.3095)^{1/2}$$
$$X = 25.1188\,(0.6666\,CT - 4.2063)^{3/4}$$
$$(X/25.1188) = (0.6666\,CT - 4.2063)^{3/4}$$
$$(X/25.1188)^{4/3} = 0.6666\,CT - 4.2063$$

$$CT = \frac{(X/25.1188)^{4/3} + 4.2063}{0.6666} = \frac{(0.0398)^{4/3}}{0.6666} + 6.3095$$

Costo total: $CT = 0.0203X^{4/3} + 6.3095$

Costo fijo total: $CFT = 6.3095$

Costo variable total: $CVT = 0.0203X^{4/3}$

Costo medio total: $CMeT = \dfrac{(0.0203)^{4/3} + 6.3095}{X} = 0.0203X^{1/3} + 6.395X^{-1}$

Costo medio fijo: $CMeF = 6.3095X^{-1}$

Costo medio variable: $CMeV = 0.0203X^{1/3}$

Costo marginal: $CMg = 4/3\,(0.0203)\,X^{1/3} = 0.02718X^{1/3}$

Teoría tradicional de costos (C)

Solución C.3

3.1 Dada la función de costo total: $CT = 1\,000 + 250X - 5X^2 + 0.5X^3$, las funciones de costo medio total, costo medio variable, costo medio fijo y costo marginal son

$$CMeT = 1\,000/X + 250 - 5X + 0.5X^2$$

$$CMeF = 1\,000 / X$$

$$CMg = 250 - 10X + 1.5X^2$$

3.2

X	CT	CFT	CVT	$CMeT$	$CMeV$	$CMeF$	CMg
00	1000	1000	0	∞	250	∞	2500
10	1245 5	1000	245.5	1245 50	245 5	1000	241.5
20	1484	1000	484	7420	242	500	2360
30	1718 5	1000	718 5	572.80	239.5	333 3	233 5
3 33	1796 3	1000	796 3	538 80	238.8	300	233 30
40	1952	1000	952	4880	238	250	2340
50	2187 5	1000	1187 5	437 50	237 5	200	237 5
60	2428	1000	1428	404.60	238	166 6	2440
70	2676 5	1000	1676.5	382.40	239.5	142 8	253 5
80	2936	1000	1936	3670	242	125	2660
90	3209 5	1000	2209 5	356 60	245 5	111 1	281 5
100	3500	1000	2500	3500	250	100	3000
110	3810 5	1000	2810 5	346 41	255 5	90 9	321 5
11 97				345 33			*345 33*
120	4144	1000	3144	345 33	262	83 3	3460
130	4503 5	1000	3503 5	346 45	269 5	76 9	373 5
140	4892	1000	3892	349 40	278	71 4	4040
150	5312 5	1000	4312 5	354 16	287 5	66 6	437 5

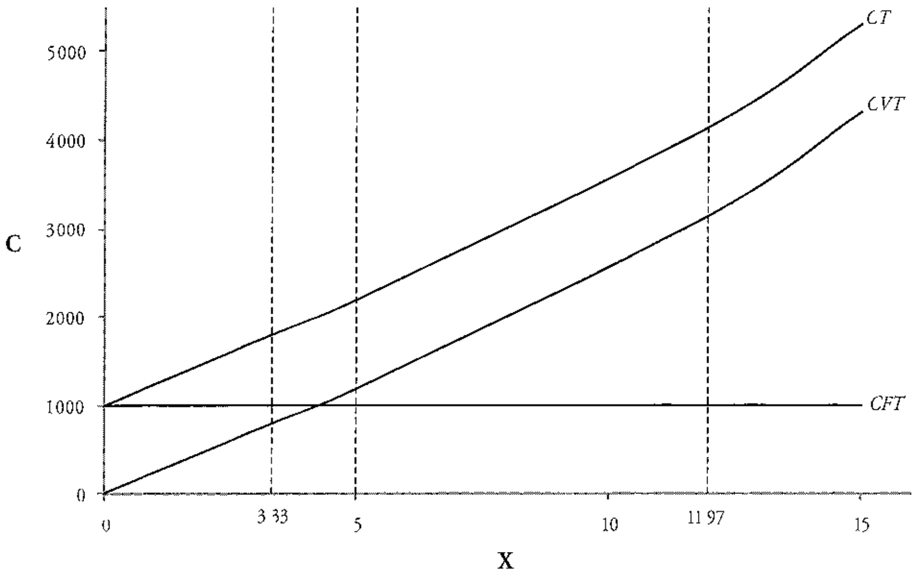
Los costos medios totales, medios variables y marginales mínimos se obtienen derivando sus respectivas funciones e igualándolas a cero, esto es,

$$\frac{\delta CMeT}{\delta X} = -1\,000X^{-2} - 5 + X = 1\,000 + 5X^2 - X^3 = 0 \qquad X = 11\ 974$$

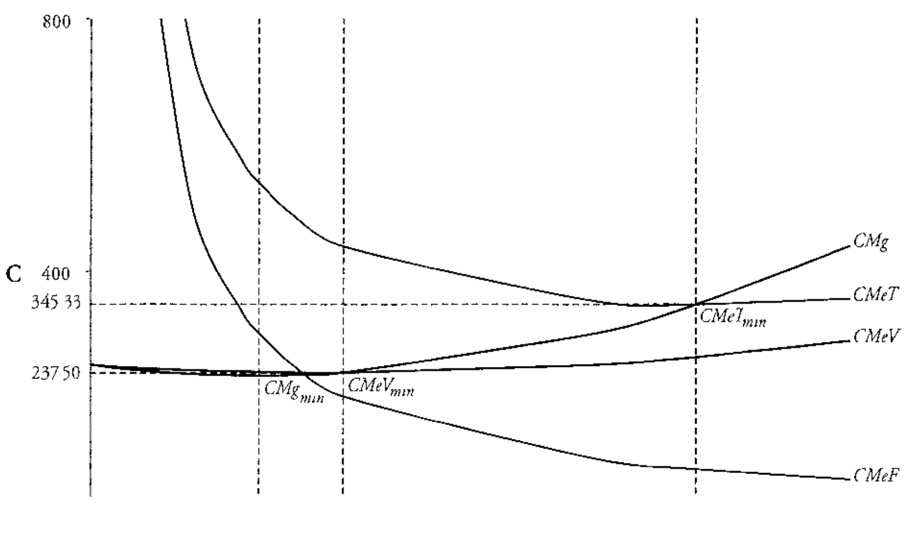
$$\frac{\delta CMeV}{\delta X} = - - 5 + X = 0 \qquad X = 5$$

3 3

Gráfica 9.11
Costos totales



Gráfica 9.12
Costos medios y marginales



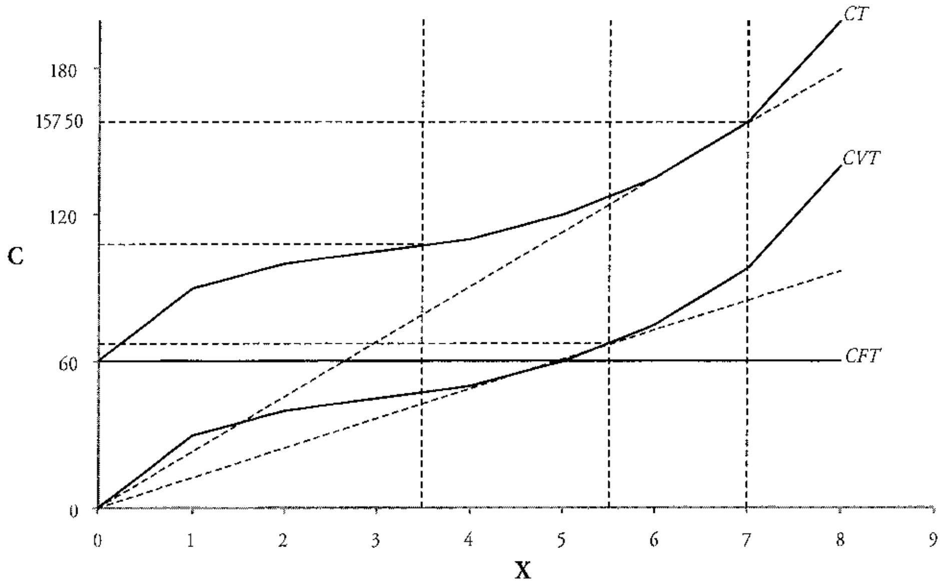
3 4. Los resultados se corresponden con lo señalado por la teoría Los costos totales son siempre crecientes por su componente variable Los costos medio total, medio variable y marginal, tienen forma de *U* (decrecen para luego incrementarse debido a las proporciones variables en el uso de los insumos), que denota la existencia de costos fijos En su punto mínimo, los costos medios total y variable son iguales al costo marginal (por ser variables discretas no es exacto en el caso del costo medio total), mientras que el costo fijo medio decrece a lo largo de todos los niveles de producción.

Solución C.4

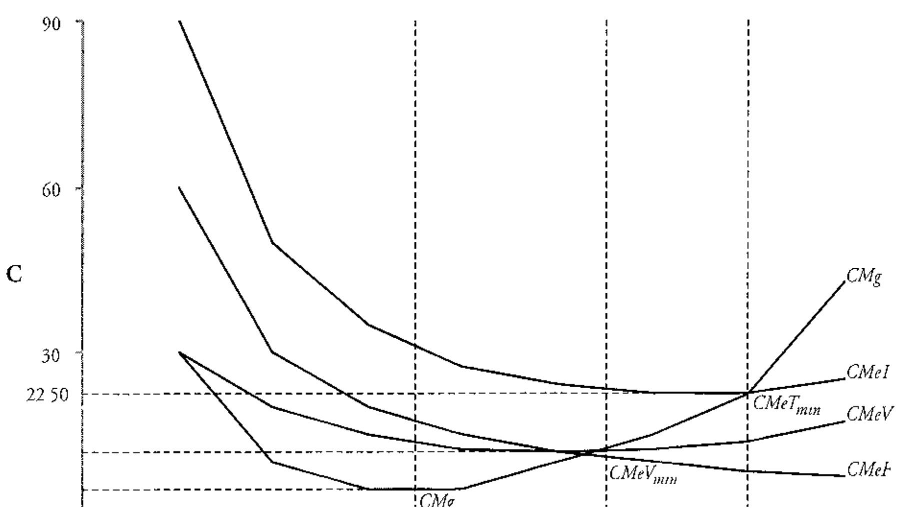
4.1 y 4.2. De acuerdo con la tabla de costos fijos y variables, los costos totales, medios totales, medios fijos, medios variables y marginales (definidos como el cambio del costo total por una unidad de producción adicional) son los siguientes:

X	*CFT*	*CVT*	*CT*	*CMeF*	*CMeV*	*CMeT*	*CMg*
0	60	0	600	∞	0	∞	
1	60	300	900	600	300	900	300
2	60	400	1 000	300	200	500	100
3	60	450	1 050	200	150	350	50
4	60	500	1 100	150	12 5	27.5	50
5	60	600	1 200	120	120	240	100
6	60	750	1 350	100	12 5	22 5	150
7	60	97 5	157 5	8 57	13 93	22 5	22 5
8	60	1 400	2 000	7 5	17 5	250	42 5

Gráfica 9.13
Costos totales



Gráfica 9.14
Costos medios y marginales



4 3. Los resultados se corresponden con lo señalado por la teoría. Los costos totales son siempre crecientes por su componente variable Los costos medio total, medio variable y marginal, tienen forma de U (decrecen para luego incrementarse debido a las proporciones variables en el uso de los insumos), que denota la existencia de costos fijos En su punto mínimo, los costos medios total y variable son iguales al costo marginal (por ser variables discretas no es exacto en el caso del costo medio variable), mientras que el costo fijo medio decrece a lo largo de todos los niveles de producción.

Teoría del mercado de competencia perfecta (CP)

Solución CP. 5

5.1 La cantidad de equilibrio de la industria es aquella que iguala la oferta y la demanda de mercado, $Q^D{}_x = Q^O{}_x$.

$$20\,000 - 0\,2P_x = 500P_x - 30\,000$$
$$P_x = 100$$

Al sustituir P_x en $Q^D{}_x$ o $Q^O{}_x$ obtenemos.

$$X = 19\,980$$

5.2. Como las empresas individuales son tomadoras de precios, la condición de equilibrio que define la cantidad que deberá producir cada empresa en el nivel de precios determinado por el mercado es la siguiente:

Dado que $CMg_1 = P_x$, entonces, $20 + 2X_1 = 100$ $\qquad X_1 = 40$

Dado que $CMg_2 = P_x$, entonces, $60 + 4X_2 = 100$ $\qquad X_2 = 10$

Dado que $CMg_3 = P_x$, entonces, $475 - 70X_3 + 3X_3^2 = 100$ $\qquad X_3 = 15$

Beneficios (B)

$$B_1 = IT_1 - CT_1 = (100 * 40) - [800 + (20 * 40) + 40^2] = 800$$
$$B_2 = IT_2 - CT_2 = (100 * 10) - [300 + (60 * 10) + (2 * 10^2)] = -100$$

5.3 Para el precio $P_x = 100$, las condiciones de las empresas son las siguientes:

La empresa 1 opera con ganancias excedentarias = 800, por lo que le es conveniente seguir produciendo en el corto plazo.

La empresa 2, aun teniendo pérdidas = –100, es conveniente que siga produciendo en el corto plazo, dado que éstas son menores que el costo fijo total, 100 < 300, o, lo que es igual, en el nivel de producción óptimo de $X_2 = 10$, el precio es mayor que el costo medio variable:

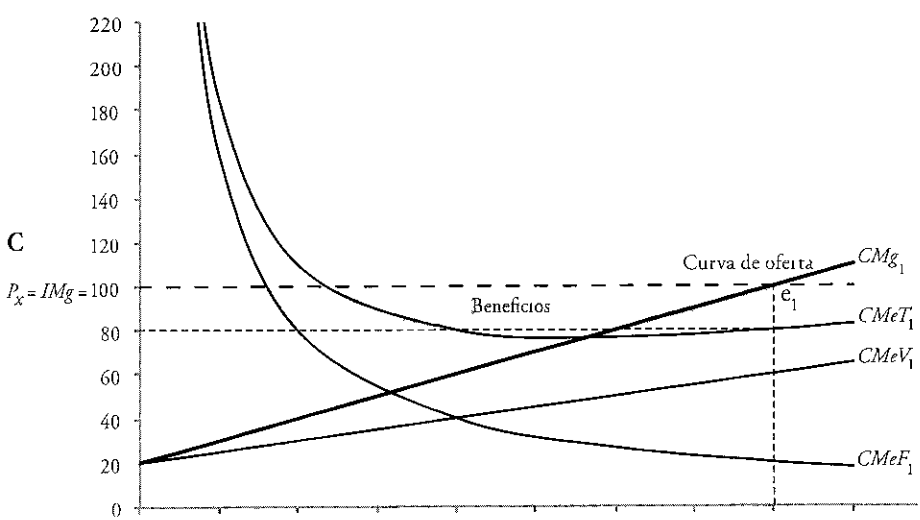
$$CMeV_2 = 60 + (2 * 10) = 80 < 100$$

Al producir 15 unidades, la empresa 3 tendría pérdidas superiores a sus costos fijos totales, 1275 > 150, por lo que le convendrá cerrar y dejar de operar aun en el corto plazo, o, lo que es lo mismo, sus costos medios variables son mayores que el precio para el nivel de producción 15:

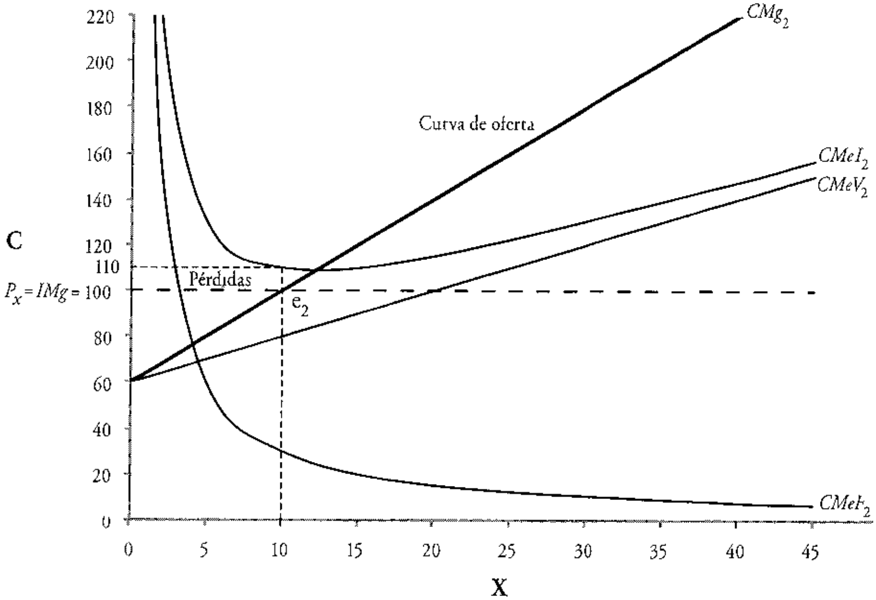
$$CMeV_3 = 475 - (35 * 15) + 15^2 = 175 > 100$$

5.4.

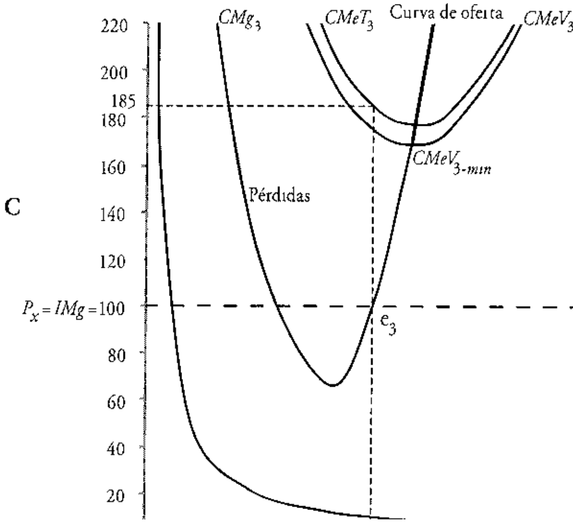
Gráfica 9.15
Equilibrio de la empresa 1



Gráfica 9.16
Equilibrio de la empresa 2



Gráfica 9.17
Equilibrio de la empresa 3



5.5. Ninguna de estas situaciones podría corresponder con el equilibrio de largo plazo puesto que, en el largo plazo para un modelo de competencia perfecta, no pueden existir pérdidas ni ganancias para las empresas.

Solución CP. 6

Caso 3 *1)* Industria de costos constantes: los precios de los factores se mantienen constantes.

2) Empresa con una función de costos de corto plazo

La función de costos totales de corto plazo de la empresa que opera en un mercado de competencia perfecta es

$$CT = 1\,000 + 100X - 10X^2 + X^3$$

Donde: CT = costo total

X = cantidad producida

Situación I

6.I.1 Dadas las siguientes funciones de la oferta y la demanda de la industria originales en que opera la empresa:

$$Q^{D1}{}_x = 8\,280 - 10P_x$$

$$Q^{O1}{}_x = 280 + 30P_x$$

El precio y la cantidad de equilibrio de la industria se obtienen igualando ambas funciones, $Q^{D1}{}_x = Q^{O1}{}_x$.

$$8\,280 - 10P_x = 280 + 30P_{x1}$$
$$40P_{x1} = 8\,000$$
$$P_{x1} = 8\,000/40 = 200$$

Al sustituir P_{x1} = 200 en cualquiera de las dos funciones se obtiene la cantidad de equilibrio.

6.I.2 La cantidad producida y los beneficios de la empresa se obtienen a partir de la condición de equilibrio $CMeT_{CP} = CMeT_{LP} = CMg_{CP} = CMg_{LP} = IMg = P_x$.

$$CM_g = 100 - 20X + 3X^2 = 200$$
$$3X^2 - 20X - 100 = 0$$

La solución de esta ecuación de segundo grado es

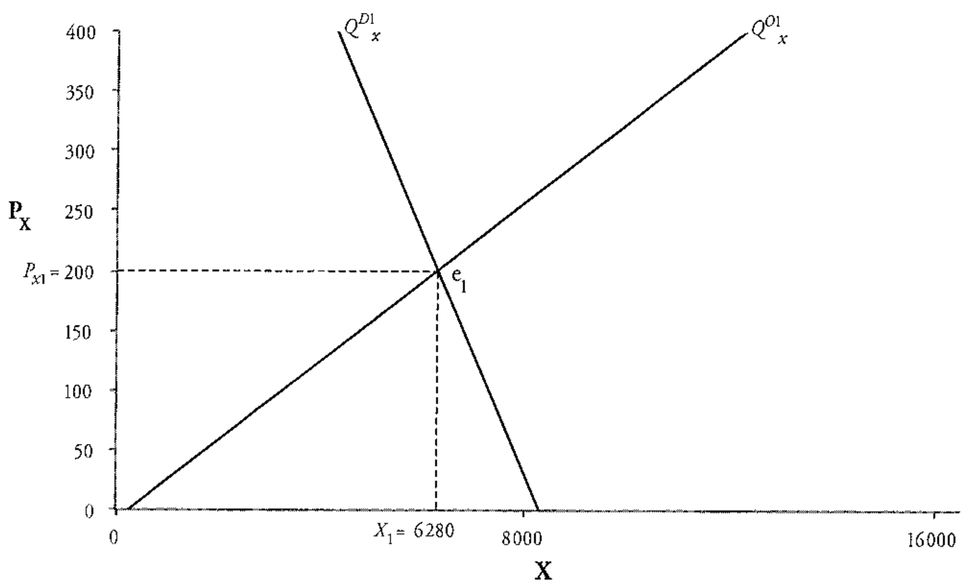
$$X_1 = 10$$

Beneficios = $IT - CT$, donde $IT = X_1 * P_{x1}$

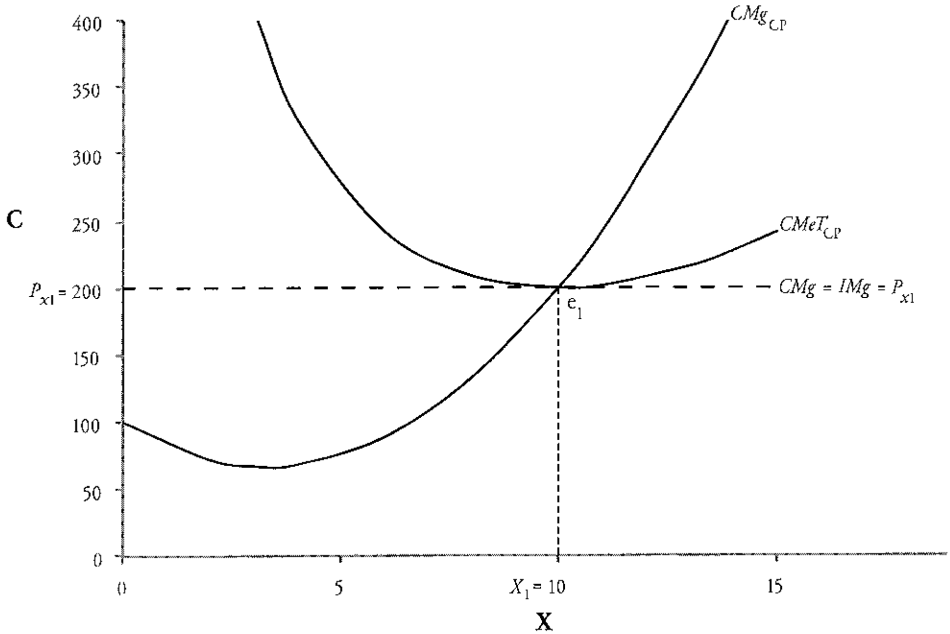
$$B = (10)\,200 - [1\,000 + 100\,(10) - 10\,(10)^2 + 10^3]$$
$$B = 2\,000 - 2\,000 = 0$$

6.I.3. Gráficas de los equilibrios de la industria y de la empresa.

Gráfica 9.18
Equilibrio de la industria



Gráfica 9.19
Equilibrio de la empresa



Situación II

6 II.1. Dada la nueva ecuación de la demanda de mercado del bien X,

$$Q^{D2}{}_x = 10\,280 - 10\,P_x,$$

y dada la misma ecuación de la oferta de mercado de la Situación I, $Q^{O1}{}_x = 280 + 30\,P_x$, el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria se obtienen igualando ambas ecuaciones, $Q^{D2}{}_x = Q^{O1}{}_x$:

$$10\,280 - 10\,P_{x2} = 280 + 30\,P_{x2}$$
$$40\,P_{x2} = 10\,000$$
$$P_{x2} = 10\,000/40 = 250$$

Al sustituir $P_{x2} = 250$ en cualquiera de las dos ecuaciones, se obtiene la cantidad de equilibrio de la industria correspondiente.

6 II 2 La nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa se obtienen a partir de la condición de equilibrio $CMeT_{CP} = CMeT_{LP} = CMg_{CP} = CMg_{LP} = IMg = P_x$

$$CMg = 100 - 20X_2 + 3X_2^2 = 250$$
$$3X_2^2 - 20X_2 - 150 = 0$$

La solución de esta ecuación de segundo grado es:

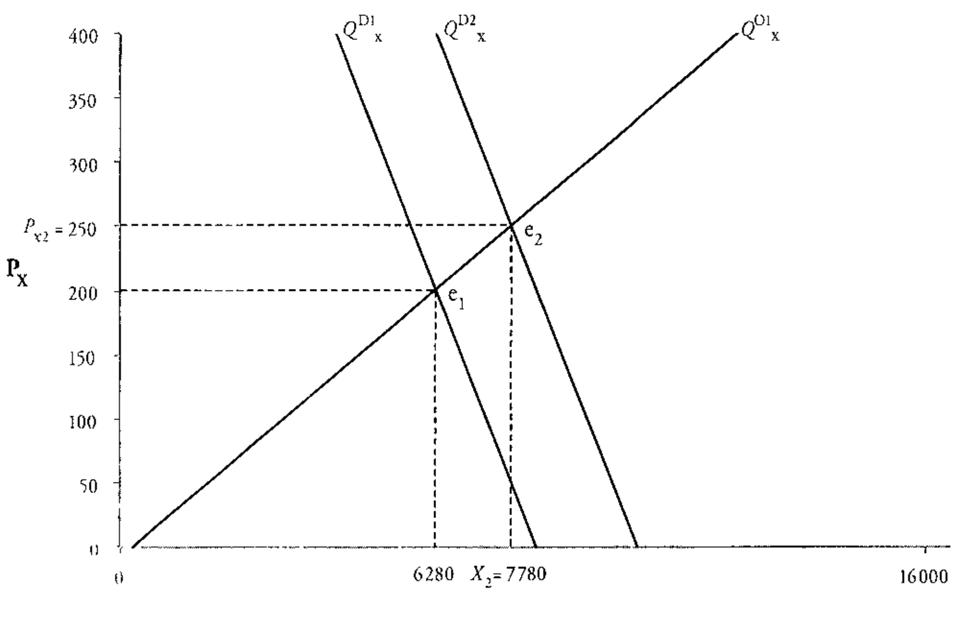
$$X_2 = 11\ 15$$

Dado que los Beneficios = $IT - CT$, donde $IT = X_2 * P_{x2}$:

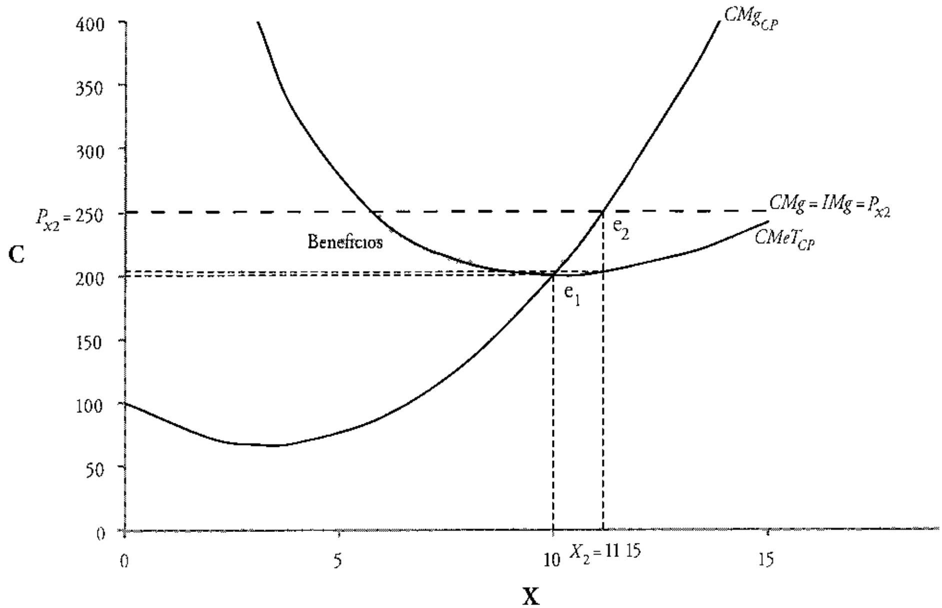
$$B = (11\ 15)\ 200 - [1\,000 + 100\ (11.15) - 10\ (11.15)^2 + 11.15^3]$$
$$B = 2\,787.5 - 2\,258.144 = 529\ 356$$

6 II 3. Gráficas de los equilibrios de la industria y de la empresa.

Gráfica 9.20
Equilibrio de la industria



Gráfica 9.21
Equilibrio de la empresa



Situación III

6.III.1. Dada la nueva ecuación de la oferta del mercado que resulta de la entrada de nuevas empresas a la industria,

$$Q^{O2}{}_x = 2\,280 + 30\,P_x,$$

y dada la misma ecuación de la demanda de mercado de la Situación II, $Q^{D2}{}_x = 10\,280 - 10\,P_x$, el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria se obtienen igualando ambas ecuaciones, $Q^{D2}{}_x = Q^{O2}{}_x$:

$$10\,280 - 10\,P_{x3} = 2\,280 + 30\,P_{x3}$$
$$40\,P_{x3} = 8\,000$$
$$P_{x3} = 8\,000/40 = 200$$

Al sustituir $P_{x3} = 200$ en cualquiera de las dos ecuaciones, se obtiene la cantidad correspondiente

6.III 2. La nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa se obtienen a partir de la condición de equilibrio, $CMeT_{CP} = CMeT_{LP} = CMg_{CP} = CMg_{LP} = IMg = P_x$

$$CM_g = 100 - 20X_3 + 3X_3^2 = 200$$
$$3X_3^2 - 20X_3 - 100 = 0$$

La solución de esta ecuación de segundo grado es:

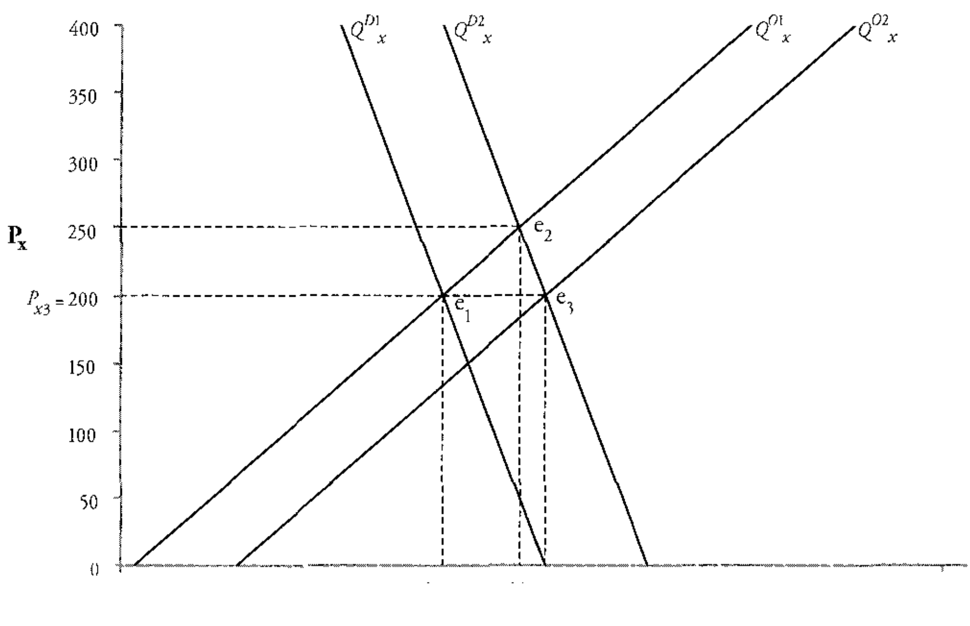
$$X_3 = 10$$

Dado que los beneficios = $IT - CT$, donde $IT = X_3 * P_{x3}$.

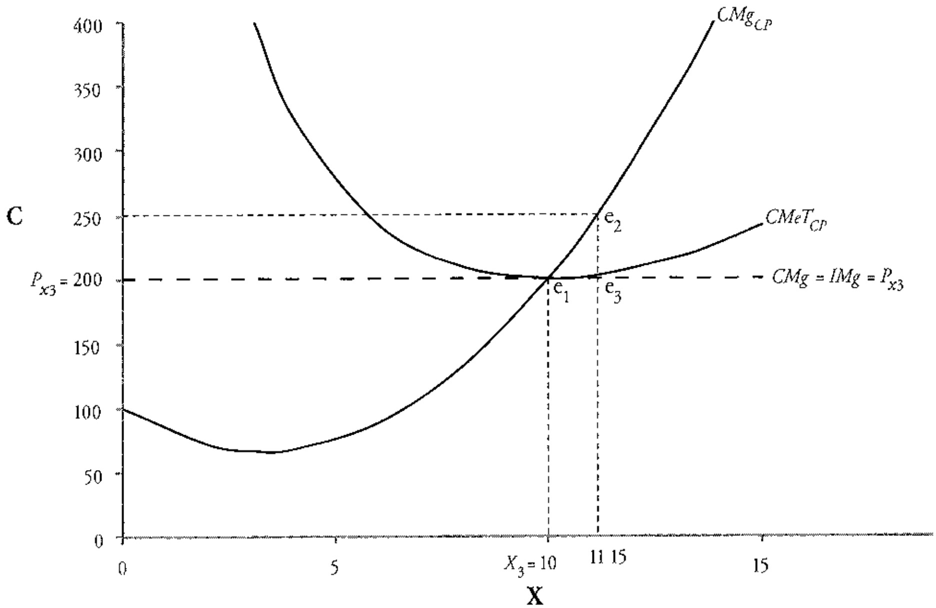
$$B = (10)\,200 - [1\,000 + 100\,(10) - 10\,(10)^2 + 10^3]$$
$$B = 2\,000 - 2\,000 = 0$$

6 III 3. Gráficas de los equilibrios de la industria y de la empresa

Gráfica 9.22
Equilibrio de la industria



Gráfica 9.23
Equilibrio de la empresa



Situación IV

6 IV 1 Dada la nueva ecuación de la demanda de mercado,

$$Q^{D3}{}_x = 16\,280 - 10\,P_x,$$

y dada la misma ecuación de la oferta de mercado de la Situación III, $Q^{O2}{}_x = 2\,280 + 30\,P_x$ el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria se obtienen igualando ambas ecuaciones, $Q^{D3}{}_x = Q^{O2}{}_x$:

$$16\,280 - 10\,P_{x4} = 2\,280 + 30\,P_{x4}$$
$$40\,P_{x4} = 14\,000$$
$$P_{x4} = 14\,000 / 40 = 350$$

Al sustituir $P_{x4} = 350$ en cualquiera de las dos ecuaciones, se obtiene la cantidad correspondiente

6.IV.2 La nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa se obtienen a partir de la condición de equilibrio $CMeT_{CP} = CMeT_{LP} = CMg_{CP} = CMg_{LP} = IMg = P_x$

$$CM_g = 100 - 20X_4 + 3X_4^2 = 350$$

$$3X_4^2 - 20X_4 - 250 = 0$$

La solución de esta ecuación de segundo grado es.

$$X_4 = 13\,051$$

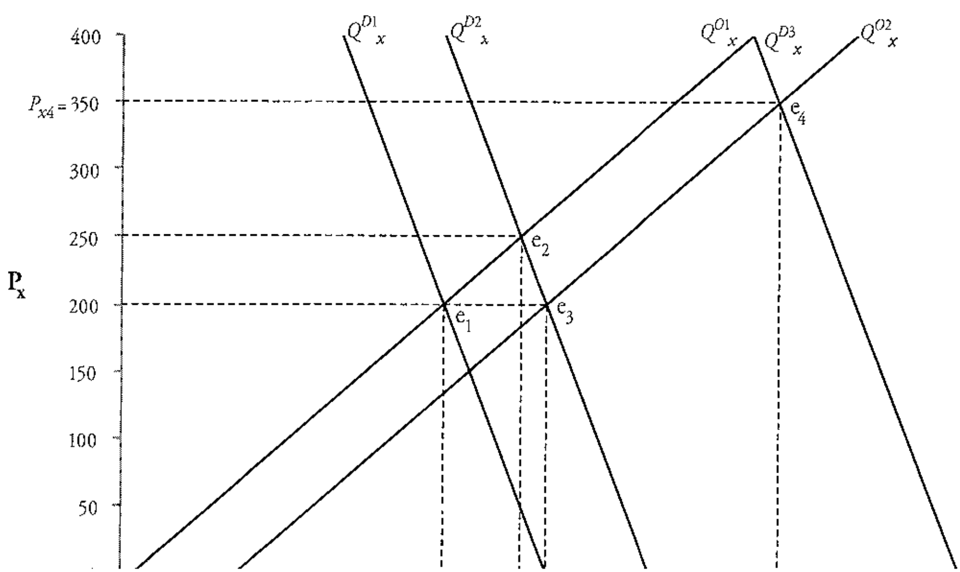
Ya que los beneficios = $IT - CT$, donde $IT = X^* P_x$

$$B = (13\,051)\,350 - [1\,000 + 100\,(13.051) - 10\,(13.051)^2 + 13.051^3]$$

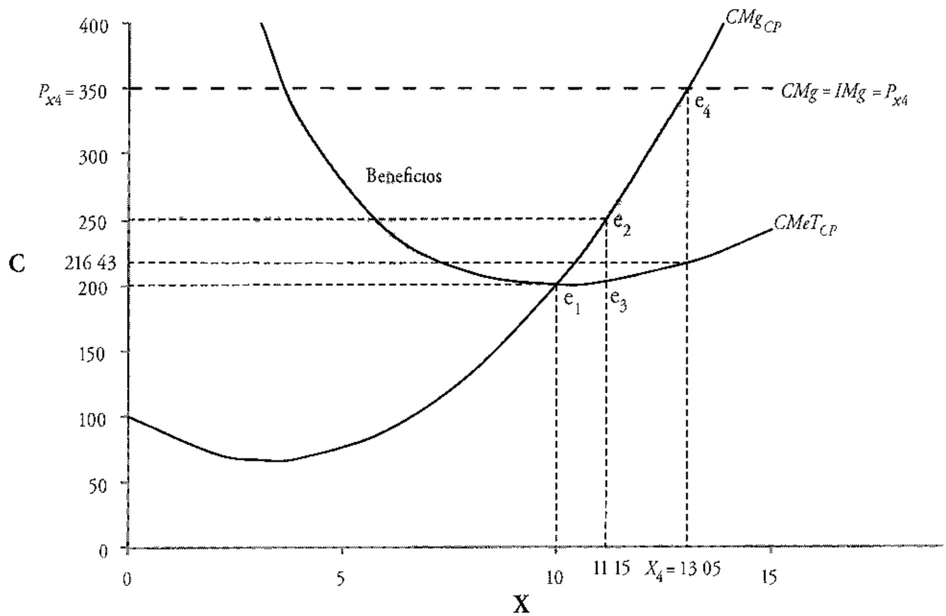
$$B = 4\,568\,055 - 2\,825.073 = 1\,742.982$$

6.IV 3 Gráficas de los equilibrios de la industria y de la empresa.

Gráfica 9.24
Equilibrio de la industria



Gráfica 9.25
Equilibrio de la empresa



Situación V

6 V 1. Ya que la nueva ecuación de la oferta del mercado que resulta de la entrada de nuevas empresas a la industria es:

$Q^{O3}{}_x = 8\,280 + 30\,P_x$,

y dada la misma ecuación de la demanda de mercado de la Situación IV, $Q^{D3}{}_x = 16\,280 - 10\,P_x$, el nuevo precio y la nueva cantidad de equilibrio de la industria se obtienen igualando ambas ecuaciones, $Q^{D3}{}_x = Q^{O3}{}_x$

$16\,280 - 10\,P_{x5} = 8\,280 + 30\,P_{x5}$
$40\,P_{x5} = 8\,000$
$P_{x5} = 8\,000 / 40 = 200$

Al sustituir $P_{x5} = 200$ en cualquiera de las dos ecuaciones, se obtiene la cantidad correspondiente.

6.V.2 La nueva cantidad producida y los beneficios actuales de la empresa se obtienen a partir de la condición de equilibrio $CMeT_{CP} = CMeT_{LP} = CMg_{CP} = CMg_{LP} = IMg = P_x$

$$CM_g = 100 - 20X_5 + 3X_5^2 = 200$$
$$3X_5^2 - 20X_5 - 100 = 0$$

La solución de esta ecuación de segundo grado es

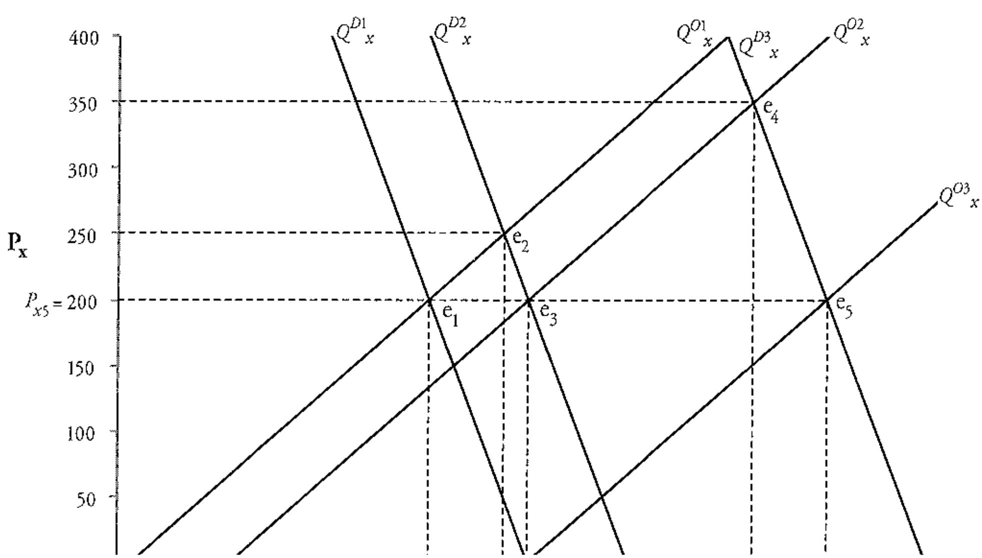
$$X_5 = 10$$

Al ser los beneficios = $IT - CT$, donde $IT = X * P_x$

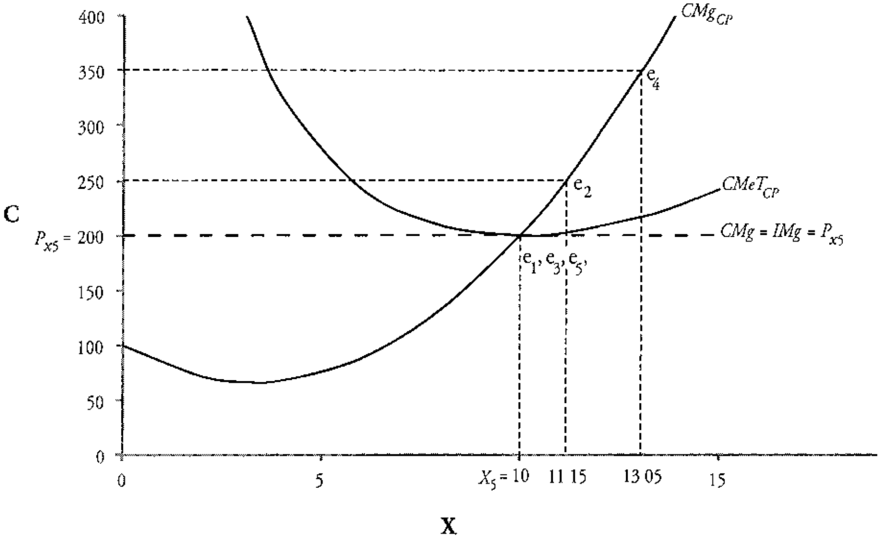
$$B = (10)\,200 - [1\,000 + 100\,(10) - 10\,(10)^2 + 10^3]$$
$$B = 2\,000 - 2\,000 = 0$$

6 V.3 Gráficas de los equilibrios de la industria y de la empresa.

Gráfica 9.26
Equilibrio de la industria

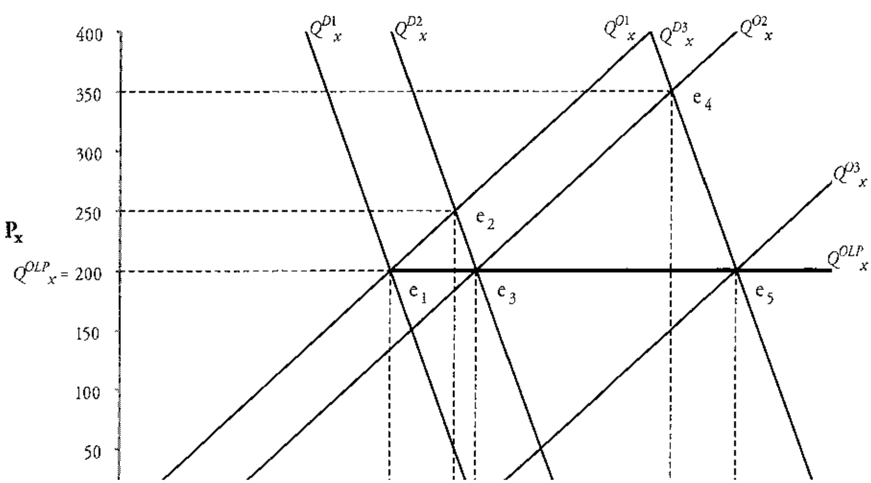


Gráfica 9.27
Equilibrio de la empresa



6.V.4 La curva de la oferta de la industria en el largo plazo está dada por una línea recta (subrayada en la gráfica siguiente) paralela, en este caso, al eje de las abscisas que corresponde a los equilibrios de las Situaciones I, III y V, cuya ecuación es $Q^{OLP}{}_x = 200$.

Gráfica 9.28
Oferta de largo plazo de la industria



Teoría del mercado monopólico (M)

Solución M.3

3.1. El monopolista que opera con dos plantas, con distintas estructuras de costos, tiene que tomar dos decisiones para *maximizar* sus beneficios: 1*)* qué cantidad de productos producirá en conjunto y a qué precio y 2*)* de qué modo habrá que distribuir la producción óptima entre ambas plantas. Esto se logra por medio de la condición de equilibrio $CMg_1 = CMg_2 = IMg$

a) Ingreso marginal:

Dado que la función de la demanda es $Q^D{}_x = X = 1\,780 - 0\,2\,P_x$, y como $X = X_1 + X_2$, su inversa es

$$P_x = 8\,900 - 5X = 8\,900 - 5X_1 - 5X_2$$

Al sustituir la ecuación anterior en la del ingreso total, $IT = X^* P_x$, se obtiene:

$$IT = X(8\,900 - 5X) = 8\,900X - 5X^2$$

Si se deriva la función de ingreso total anterior, se obtiene la del ingreso marginal:

$$IMg = \frac{\delta IT}{\delta X} = 8\,900 - 10X = 8\,900 - 10X_1 - 10X_2$$

b) Costo marginal·

Dadas las funciones de costos totales de las dos plantas, $CT_1 = 1\,512\,500 + 100X_1 + X_1{}^2$ y $CT_2 = 777\,500 - 100X_2 + 7\,5X_2{}^2$, respectivamente, la funciones de los costos marginales correspondientes se obtienen derivando las siguientes funciones:

$$CMg_1 = \frac{\delta CT_1}{\delta X} = 100 + 2X_1$$

$$CMg_2 = \frac{\delta CT_2}{\delta X} = -100 + 15X_2$$

Al igualar las dos funciones de costos anteriores con la del ingreso marginal, $CMg_1 =$

$$(1)\ 8\,900 - 10X_1 - 10X_2 = +\,100 + 2X_1$$
$$(2)\ 8\,900 - 10X_1 - 10X_2 = -\,100 + 15X_2$$

$$(1)\ 8\,800 - 12X_1 - 10X_2 = 0$$
$$(2)\ 9\,000 - 10X_1 - 25X_2 = 0$$

Si multiplicamos la ecuación (2) por −1.2:

$$\begin{array}{lr} (1) & 8\,800 - 12X_1 - 10X_2 = 0 \\ (2) & \underline{-10\,800 + 12X_1 + 30X_2 = 0} \\ & -\ 2\,000 + 0X_1 + 20X_2 \ \ = 0 \end{array}$$

$$X_2 = 100$$

$$\underline{X_1 = 650}$$

$$X \ = 750$$

Al sustituir $X = 750$ en la ecuación inversa de la demanda, obtenemos su precio

$$P_x = 8\,900 - 5\,(750)$$
$$P_x = 5\,150$$

3.2. Como $CMg_1 = CMg_1 = IMg$, es posible obtener su valor, que debe resultar el mismo, sustituyendo las cantidades de equilibrio correspondientes en las funciones respectivas:

$$CMg_1 = 100 + 2\,(650) = 1\,400$$
$$CMg_2 = -100 + 15\,(100) = 1\,400$$
$$IMg = 8\,900 - 10\,(750) = 1\,400$$

3.3 *a)* Los beneficios totales del monopolista que opera con dos plantas son iguales a $BTm = IT - (CT_1 + CT_2)$

$$IT = X * P_x = (750 * 5\,150) = 3\,862\,500$$

$$CT_2 = 777\,500 - 100X_2 + 7.5X_2^2$$
$$CT_2 = 777\,500 - (100 * 100) + (7.5 * 100^2) = 842\,500$$

$$BTm = 3\,862\,500 - (2\,000\,000 + 842\,500) = 1\,020\,000$$

b) Los beneficios que obtiene el monopolista en cada planta son iguales $Bm_i = CT_i - IT_i$ ·

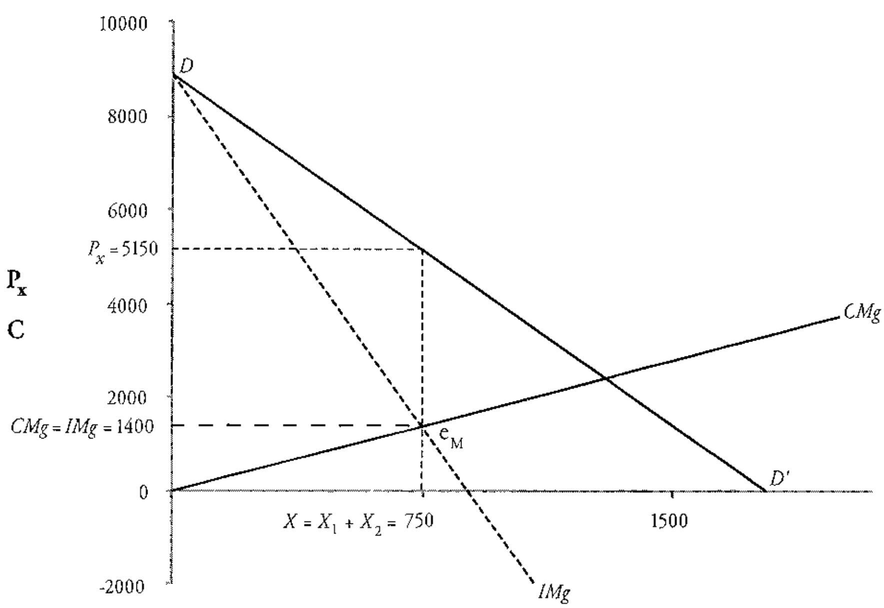
$$IT_1 = X_1 * P_x = 650 * 5\,150 = 3\,347\,500$$
$$Bm_1 = IT_1 - CT_1 = 3\,347\,500 - 2\,000\,000 = 1\,347\,500$$

$$IT_2 = X_2 * P_x = 100 * 5\,150 = 515\,000$$
$$Bm_2 = IT_2 - CT_2 = 515\,000 - 842\,500 = -327\,500 \text{ (pérdidas)}$$

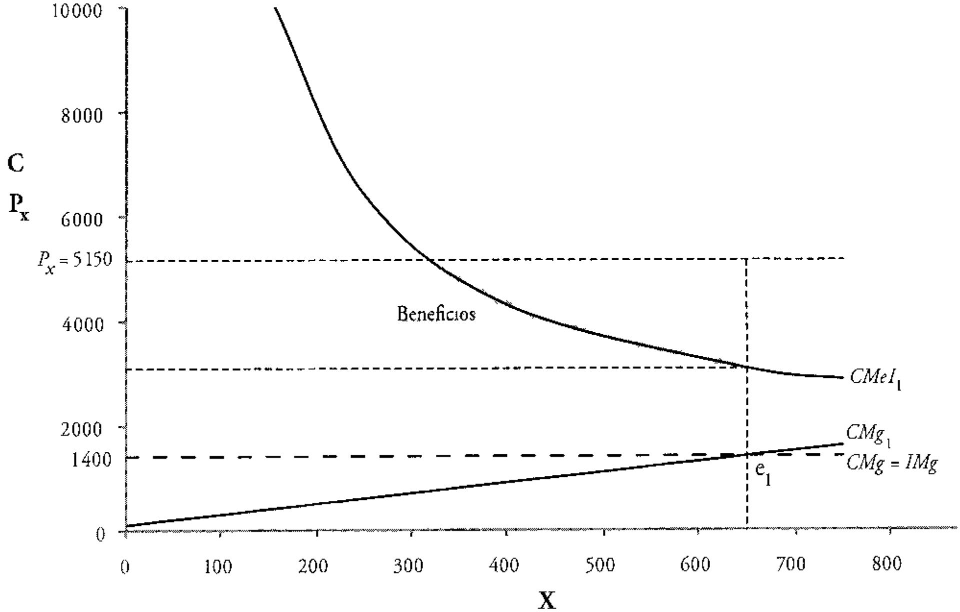
$$BTm = Bm_1 + Bm_2 = 1\,347\,500 - 327\,500 = 1\,020\,000$$

3.4.

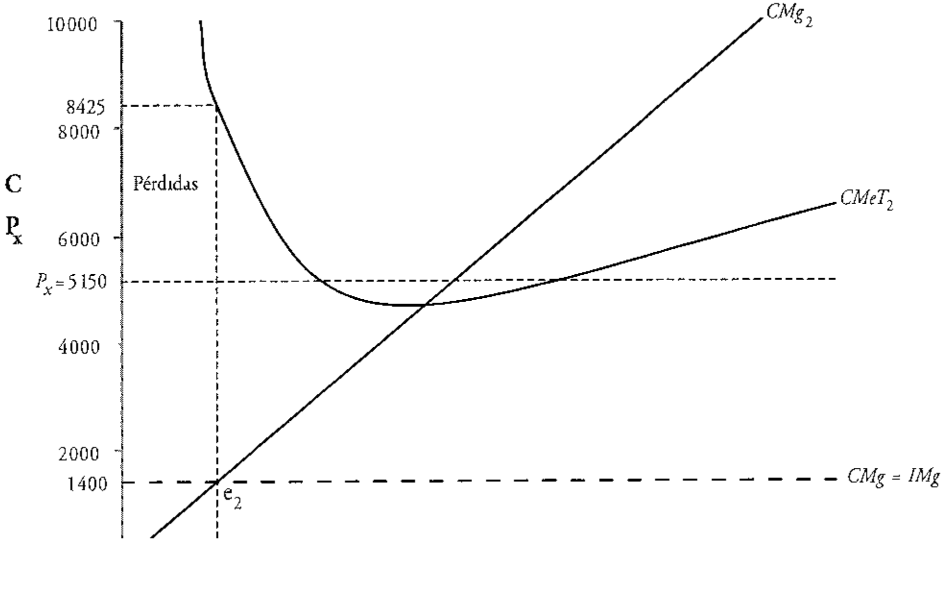
Gráfica 9.29
Equilibrio del mercado monopólico



Gráfica 9.30
Equilibrio de la planta 1



Gráfica 9.31
Equilibrio de la planta 2



Solución M.4

Modelo sin discriminación de precios

4.1. Dado que la *maximización* del monopolista que opera sin discriminación de precios se obtiene a partir de la condición de equilibrio $CMg = IMg$, primero se deben deducir sus funciones respectivas:

a) Ingreso marginal, IMg·

Dadas las funciones de los dos segmentos de la demanda total del monopolista, $Q^{D}{}_{x1\,=\,0\,-\,37\ 5} = X_1 = 50 - 0.02\,P_{x1}$ y $Q^{D}{}_{x2\,=\,37\ 5\,-\,100} = X_2 = 100 - 0.1\,P_{x1}$, sus funciones inversas son

$$P_{1\ (x1\,=\,0\,-\,37\ 5)} = 2\,500 - 50X_1$$

$$P_{2\ (x2\,=\,37\ 5\,-\,100)} = 1\,000 - 10X_2$$

Al sustituir las ecuaciones anteriores en la del ingreso total, $IT = P_x * X$, se obtiene:

$$IT_{1\ (x1\,=\,0\,-\,37\ 5)} = 2\,500X_1 - 50X_1^{\,2}$$

$$IT_{2\ (x2\,=\,37\ 5\,-\,100)} = 1\,000X_2 - 10X_2^{\,2}$$

Al derivar las funciones de ingreso total anteriores, se obtienen las de los ingresos marginales:

$$IMg_{1(x1\,=\,0\,-\,18\ 75)} = \frac{\delta IT_{x1\,=\,0\,-\,37\ 5}}{\delta X_1} = 2\,500 - 10X_1$$

$$IMg_{2(x2\,=\,18\ 75\,-\,50)} = \frac{\delta IT_{x2\,=\,37\ 5\,-\,100}}{\delta X_2} = 1\,000 - 20X_2$$

b) Costo marginal, CMg

Dada la función de costos totales, $CT = 14\,300 - 80X + 2X^2$, la función del costo marginal correspondiente se obtiene derivando la primera:

$$CMg = \frac{\delta CT}{\delta X} = -80 + 4X$$

Si se iguala la función de costo marginal con las de los ingresos marginales, se obtienen las cantidades de equilibrio correspondientes

$1\,000 - 20X_2 = -80 + 4X_2$
$1\,080 = 24X_2$
$X_2 = 45$

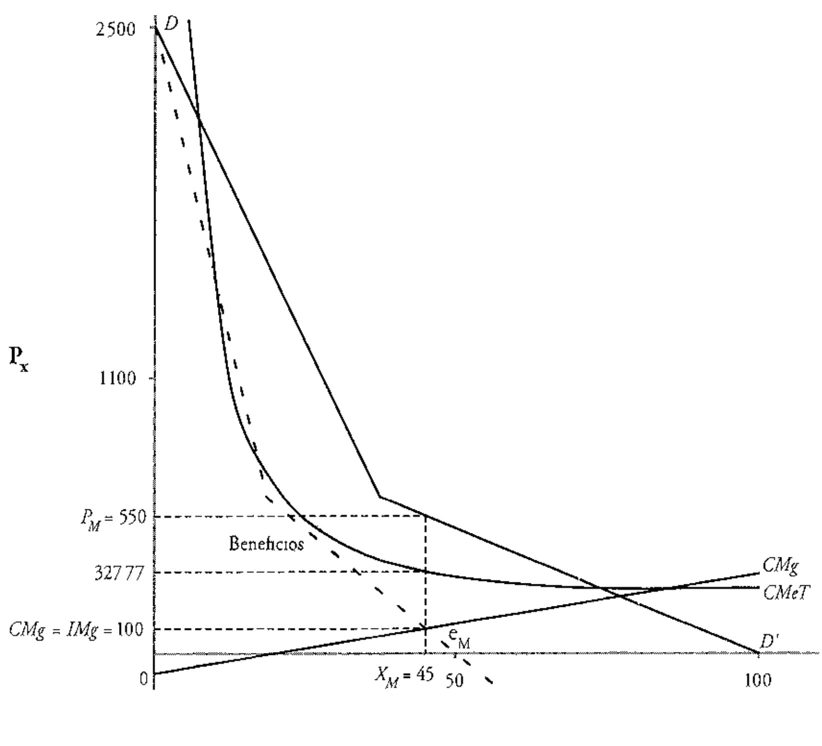
Dado que X_1 es superior al rango que puede tomar el IMg_1, es decir, 0-18.75, la cantidad de equilibrio corresponde al segmento 2 de la demanda total Sustituyendo la cantidad de equilibrio X_2 en la función inversa del segmento de la demanda correspondiente, obtenemos el precio de equilibrio:

$P_{x2} = 1\,000 - 10\ (45) = 550$

Ya que los beneficios del monopolista (Bm) son iguales a $IT - CT$, es decir, $(X * P_x) - (14\,300 - 80X + 2X^2)$:

$Bm = (45 * 550) - [14\,300 - (80 * 45) + (2 * 45^2)]$
$Bm = 24\,750 - (14\,300 - 3\,600 + 4\,050)$
$Bm = 24\,750 - 14\,750$
$Bm = 10\,000$

Gráfica 9.32
Mercado monopólico sin discriminación de precios



Modelo con discriminación de precios

4.2. La *maximización* del monopolista que opera con discriminación de precios se obtiene a partir de la condición de equilibrio, $IMg_1 = IMg_2 = CMg$:

a) Ingresos marginales.

Dadas las funciones de las demandas de los submercados, $Q^{D1}{}_{x1} = X_1 = 50 - 0.08\,P_{x1}$ y $Q^{D2}{}_{x2} = X_2 = 50 - 0.02\,P_{x2}$, su funciones inversas son:

$$P_{x1} = 625 - 12.5X_1$$

$$P_{x2} = 2\,500 - 50X_2$$

Al sustituir cada una de las ecuaciones anteriores en la de los ingresos totales respectivos, $IT_1 = P_{x1} * X_1$, se obtiene

$$IT_1 = 625X_1 - 12.5X_1^2$$

$$IT_2 = 2\,500X_2 - 50X_2^2$$

Si se derivan las funciones de ingresos totales anteriores, se obtiene las respectivas a los ingresos marginales:

$$IMg_1 = \frac{\delta IT_1}{\delta X_1} = 625 - 25X_1$$

$$IMg_2 = \frac{\delta IT_2}{\delta X_2} = 2\,500 - 100X_2$$

b) Costo marginal:

Dada la función de costos totales, $CT = 14\,300 - 80X + 2X^2$, la función del costo marginal correspondiente se obtiene derivando la primera:

$$CMg = \frac{\delta CT}{\delta X} = -80 + 4X = -80 + [4\,(X_1 + X_2)]$$

Al igualar la función de costo marginal con cada una de las del ingreso marginal, $CMg = IMg_1$ y $CMg = IMg_2$, obtenemos las cantidades de equilibrio ...

$$(1)\ 625 - 25X_1 = -80 + 4\ (X_1 + X_2)$$
$$(2)\ 2\,500 - 100X_2 = -80 + 4\ (X_1 + X_2)$$

$$(1)\ 705 - 29X_1 - 4X_2 = 0$$
$$(2)\ 2\,580 - 4X_1 - 104X_2 = 0$$

Se multiplica la ecuación (1) por –26

$$\begin{array}{ll} (1) & -18\,330 + 754X_1 + 104X_2 = 0 \\ (2) & \underline{\quad 2\,580 - 4X_1 - 104X_2 \quad = 0} \\ & -15\,750 + 750X_1 + 0X_2 \quad = 0 \end{array}$$

$$X_1 = 15\,750 / 750 = 21$$

Al sustituir X_1 en (1) o (2), se obtiene X_2:

$$X_2 = 24$$
$$X = X_1 + X_2 = 45$$

Si se reemplazan las cantidades de equilibrio anteriores en la función inversa de la demanda respectiva, se obtienen los precios correspondientes

$$P_{x1} = 625 - (12.5 * 21) = 362.5$$

$$P_{x2} = 2500 - (50 * 24) = 1\,300$$

Dado que los beneficios del monopolista que discrimina (Bmd) son iguales a $[(IT_1 + IT_2) - CT]$, es decir, $[(X_1 * P_{x1}) + (X_2 * P_{x2}) - (14\,300 - 80X + 2X^2)]$:

$$Bmd = (21 * 362.5) + (24 * 1\,300) - [(14\,300 - 80\ (45) + 2\ (45)]^2$$
$$Bmd = 7\,612.5 + 31\,200 - (14\,300 - 3\,600 + 4\,050)$$
$$Bmd = 24\,062\ 5$$

Como los costos medios totales son $CMeT = (14\,300 / X) - 80 + 2X$:

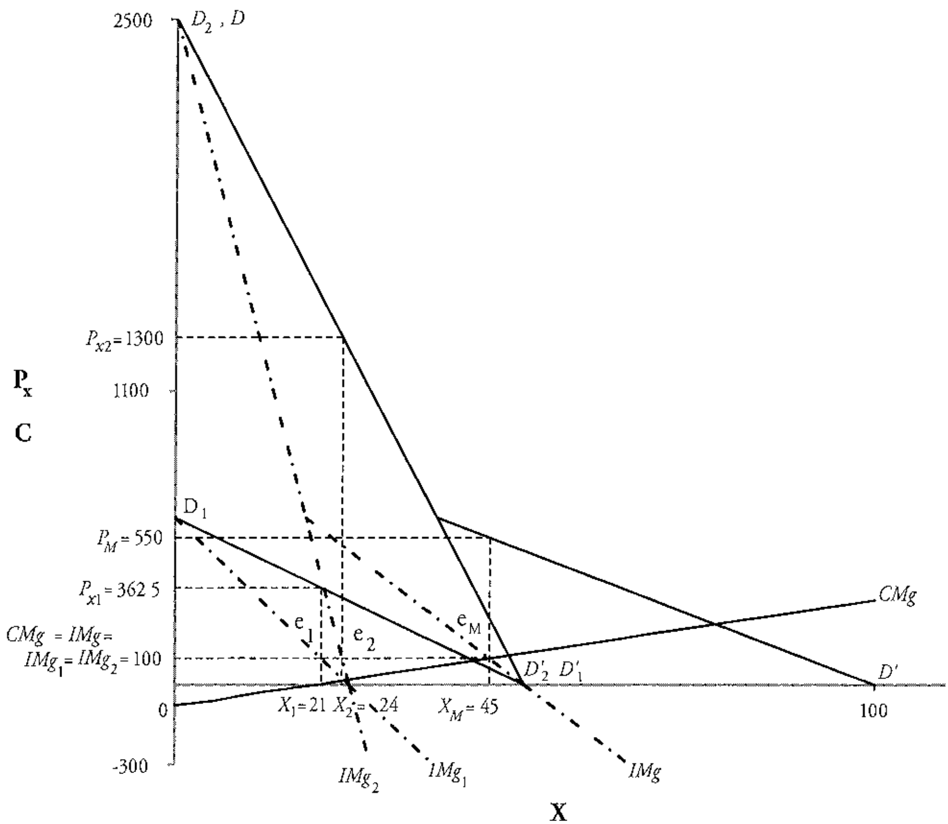
$$CMeT = (14\,300 / 45) - 80 + [2\ (45)]$$
$$CMeT = 327.777$$

Los beneficios por planta se obtienen por la siguiente ecuación: $Bmd_i = (P_{xi} - CMeT)\ X_i$

$$Bmd_1 = (362.5 - 327\ 777)\ (21) = 729.166$$

$$Bmd_2 = (1\ 300 - 327.777)\ (24) = 23\,333.333$$

Gráfica 9.33
Mercado monopólico con discriminación de precios



4 3 Elasticidad-precio de la demanda, *ep*:

$$ep_1 = (dX_1 / dP_{x1})\ (P_{x1} / X_1) = 0.08\ (362\ 5 / 21) = 1.3809$$
$$ep_2 = (dX_2 / dP_{x2})\ (P_{x2} / X_2) = 0.02\ (1\ 300 / 24) = 1.0833$$

4.4. La cantidad ofrecida en el mercado total es igual en ambos modelos, con y sin discriminación, $X = 45$ Los beneficios son siempre mayores en el caso en que hay discriminación, dado que el monopolista discriminador se apropia de una parte del excedente de los consumidores discriminados.

$Bmd = 24\,062\ 5$
$Bm = 10\,000$
$Bmd - Bm = 14\,062.5$

Novedades editoriales

Marx, lógica y capital. La dialéctica de la tasa de ganancia y la forma-precio
Mario L. Robles Báez

Elementos básicos de estadística y probabilidad para ciencias sociales
Isaac Pierdant y Jesús Rodríguez

Crecimiento y desarrollo económico de México
José Flores Salgado

Crisis y cambio estructural: una nueva agenda de política. Por una salida social
Etelberto Ortiz Cruz

Déficit social de México
Federico Novelo Urdanivia
Carlos García Villanueva

Caos en el capitalismo financiero global
Carlos A. Rozo Bernal

Cómo investigar y escribir en ciencias sociales
Hugo E. Sáez Arreceygor

La educación primaria en la formación social mexicana 1875-1970
Alejandro Martínez Jiménez

Videoarte.
Del cine experimental al arte total
Laura Rosseti Ricapito

Imaginando zapatismo. Multiculturalidad y autonomía indígena desde un municipio autónomo en Chiapas
Alejandro Cerda García

Publicaciones periódicas

Revista *Argumentos* 66
Tema: Ciudades y políticas urbanas

Revista *Veredas*, núm. 22
Tema: Industrias culturales. Creadores y público

DCSH Publicaciones
http://dcshpublicaciones.xoc.uam.mx

Publicaciones

Este libro presenta un conjunto de preguntas y ejercicios que permiten comprender mejor los conceptos y las aplicaciones de la teoría microeconómica para un nivel intermedio, y es complementario de los diversos textos teóricos. Aceptando los supuestos fundamentales de esta teoría, los ejercicios propuestos permiten adquirir habilidad en el uso de los instrumentos teóricos y en el dominio de los mismos. Si bien estas aplicaciones de la teoría no representan casos de la realidad concreta, son un instrumento para poder reflexionar sobre ella y para vincularla con el razonamiento aplicado.

La mayor parte de los ejercicios propuestos requieren conocimientos elementales de cálculo diferencial, dado que se formulan sobre la base de funciones continuas, tal como la teoría es formulada. En cada resolución se analizan en primer lugar los conceptos fundamentales, se grafican o expresan en forma geométrica el problema y la solución, para, por último, obtener la expresión formal del resultado matemático. La estructura del libro es similar a la de los textos de microeconomía intermedia e incluye ejercicios resueltos que servirán de guía para el aprendizaje.

ISBN 607477525 - 9

9 786074 775259